

Космология с замедляющимся временем с начальным фиолетовым смещением и тремя видами красного смещения

Захид Закир¹

Аннотация

В общей теории относительности растяжение длин волн фотонов в расширяющейся вселенной происходит вдоль пути и не зависит от скорости источника. Поэтому у фотонов от покоящихся относительно нас источников не было, а от сопутствующих расширению источников было начальное доплеровское красное смещение, а затем в пути оба потока фотонов приобрели красное смещение из-за растяжения длин волн. В результате красное смещение сопутствующих расширению источников должно было быть по меньшей мере удвоенным. Но наблюдения показывают однократное красное смещение уже в линейной части и поэтому в космологических моделях только с красными смещениями (фридмановских и др.) имело место проблема двойного красного смещения со стопроцентным расхождением теории с наблюдениями. Наблюдательный факт однократных красных смещений означает, что фотоны должны были иметь начальное фиолетовое смещение, которое компенсировалось в пути одним из двух видов красного смещения. В модели космологии с замедляющимся временем (КЗВ), сформулированной в 2020 г., темп собственных времён ранее был выше, что и вело к фиолетовому смещению, компенсируемому в пути красным смещением из-за растяжения. В итоге в КЗВ наблюдаемое смещение сводится к доплеровскому красному смещению в начале пути, к которому для далёких объектов добавляется гравитационное красное смещение. Релятивистская абберация затем ведёт к потускнению видимых светимостей. Приведены основные соотношения КЗВ, включая «модуль расстояния-красное смещение», которые согласуются с наблюдениями при новых значениях космологических параметров. Обсуждены эволюция в ранние эпохи и её влияние на свойства реликтового фона. В частности, в КЗВ скорость света в прошлом была больше и в ней нет проблем прежних моделей.

Ключевые слова: космологические модели, расширение вселенной, космологическое красное смещение, эффект Доплера, гравитационное красное смещение, реликтовое излучение, тёмная энергия

Содержание

Введение	2
1. Два механизма красного смещения и проблема двойного смещения	4
1.1. Кинематическое красное смещение и растяжение длин волн в космологии	4
1.2. Проблема двойного красного смещения в расширяющемся пространстве	5
2. Два новых механизма смещения частот и решение проблемы двойного красного смещения .	6
2.1. Начальное фиолетовое смещение компенсирующее растяжение в пути	6
2.2. Гравитационное замедление времени и его вклад в красное смещение	9
2.3. Наблюдаемые красные смещения как результат эффекта Доплера и ГКС	11
3. Космология с замедляющимся временем с учётом эффектов гравитации	12
3.1. Основные соотношения модели	12
3.2. Соотношение «модуль расстояния - красное смещение»	13
4. Ранняя вселенная и свойства реликтового фона	17
4.1. Ранняя вселенная	17
4.2. Новая трактовка свойств реликтового фона	18
Заключение	19
Приложение. Релятивистская абберация в космологии	20
Литература	21

¹ *Центр теоретической физики и астрофизики, Ташкент Узбекистан, zzakir@qgph.uz ORCID*

Введение

“It is desirable to emphasize the special necessity in the field of cosmology of avoiding the evils of autistic or wish-fulfilling thinking... The problems of cosmology are necessarily extensive and intricate and must be attacked in the light of very meagre information. Hence, we must be careful not to substitute the comfortable certainties of some simple mathematical model in place of the great complexities of the actual universe. ... It is appropriate to approach the problems of cosmology with feelings of respect for their importance, of awe for their vastness, and of exultation for the temerity of the human mind in attempting to solve them. They must be treated, however, by the detailed, critical, and dispassionate methods of the scientist.” R. Tolman ([1] 487-488)

«В космологии нужно быть очень внимательным, чтобы избежать пороков аутичного образа мышления или приписывания природе желаемого... Проблемы космологии обширны и запутаны и их необходимо решать в свете очень скудной информации. Следовательно, мы должны быть осторожными, чтобы большие сложности реальной вселенной не подменить удобной уверенностью в какую-то простую математическую модель... К проблемам космологии следует подходить с чувством уважения к их важности, трепета перед их масштабами и восторга перед безрассудством человеческого разума, пытающегося их решить. Однако к ним следует относиться с помощью детальных, критических и беспристрастных методов учёного.» Р. Толман (перевод автора, см. также с. 502 русской версии книги [1]).

Такая неосторожность, когда «большие сложности реальной вселенной» были подменены «удобной уверенностью в какую-то простую математическую модель», как оказалось, была допущена в базовых моделях релятивистской космологии. Если в случае статической модели Эйнштейна [2] её излишняя упрощённость была выяснена быстро, то в случае заменившей её нестатической модели Фридмана [3] (см. [4,5]) и основанной на ней Стандартной Модели космологии (см. [5]) это продлилось почти сто лет. В ней наблюдаемое красное смещение в космологии приписывалось растяжению длин волн в ходе расширения, а вклады эффекта Доплера и гравитационного красного смещения игнорировались, наивно полагая, что соотношения модели их эффективно учитывают [4,5]. В статьях [6,7] было показано, что это и есть «приписывание природе желаемого» и ценой этого оказался ряд противоречий в модели, устранявшиеся игнорированием вкладов реальных эффектов и введением вместо них искусственных гипотез (о космологическом ускорении, тёмной энергии и др.).

Как известно, в статическом пространстве удаляющиеся близкие источники испускают фотоны с линейным доплеровским красным смещением. В [6] было показано, что в расширяющемся пространстве это кинематическое смещение в начале пути никуда не исчезает и к нему лишь добавляется красное смещение из-за растяжения длин волн, но уже в пути. В результате, фотоны от удаляющихся источников придут по меньшей мере с удвоенным красным смещением в линейной части. Для далёких объектов эффект Доплера станет релятивистским с квадратичной частью, а также добавится того же порядка гравитационное красное смещение [7]. Таким образом, в расширяющемся пространстве модель Фридмана с линейным элементом:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) \cdot (d\chi^2 + S_k^2 d\Omega_{(2)}^2). \quad (1)$$

где $a = a(t)$, $S_k(\chi) = (\sin \chi, 1, \sinh \chi)$ при $k = (1, 0, -1)$, в линейной части ведёт к *двойному красному смещению*, тогда как наблюдения дают однократное смещение. Для более далёких объектов рост с расстоянием красных смещений должен быть ещё больше, чем при одном лишь растяжении. Ранее решение этой проблемы двойного красного смещения было подменено мифами о том, что эффект Доплера есть лишь другой способ описания растяжения длин волн, а гравитационное смещение якобы уже учтено в фридмановских формулах.

Но согласие теории с наблюдениями должно достигаться не игнорированием тех или иных реальных физических явлений, а исключением явных и скрытых гипотез

фридмановской модели, которые и порождали проблемы. Одной из таких оказалась скрытая гипотеза о том, что темп собственного времени в каждой малой области вселенной постоянен и не зависит от времени. Эта гипотеза вводилась для упрощения теории и ничем иным не была подтверждена.

В статье [6] была сформулирована модель *космологии с замедляющимся временем* (КЗВ) без этого искусственного ограничения и было показано, что в этой более общей модели релятивистской космологии проблема двойного красного смещения решается. В данной статье будет учтено также и гравитационное смещение для далёких объектов по новому последовательному методу, изложенному в статье [7]. В КЗВ меняются со временем как пространственные компоненты метрики, так и её временная компонента. Замедление собственных времён следует из данных наблюдений, поскольку оказалось, что ОТО согласуется с наблюдениями только при более быстром темпе собственных времён в прошлом и их замедлении в ходе расширения. Линейный элемент в терминах времени нашей эпохи t тогда имеет вид:

$$ds^2 = \frac{a_0^2 f}{a^2} c^2 dt^2 - a \cdot (d\chi^2 + S_k^2 d\Omega_{(2)}^2), \quad (2)$$

где $a_0 = a(t_0)$ и $f(t)$ выражает гравитационное замедление времени, $f(t_0) = 1$.

Итак, в КЗВ имеются три базовых механизма космологического смещения, имеющие линейные части – для близких объектов наряду с доплеровским смещением и растяжением, имеет место фиолетовое смещение частот фотонов, испущенных в более ранние эпохи с более быстрым темпом собственных времён. Это фиолетовое смещение компенсирует красное смещение из-за растяжения длин волн в пути и в результате наблюдаемое смещение оказывается с доплеровским красным смещением. Для далёких объектов добавится ещё и вклады квадратичного эффекта Доплера и гравитационного смещения, а релятивистская абберация [6] уменьшит видимые светимости.

Некоторые элементы КЗВ ранее изучались рядом авторов по разным причинам (ссылки см. в [6]). Вначале было много попыток объяснить красные смещения как эффект Доплера, иногда включая и гравитационное смещение, но позже стандартной стала трактовка смещения как растяжения. Развивались также гипотетические модели, в которых красные смещения объяснялись только изменением скорости света. В отличие от этих частных трактовок, КЗВ учитывает все эти эффекты одновременно - в ней замедление темпа времени ведёт к замедлению также и скорости света, а вклад в красные смещения дают как эффект Доплера, так и растяжение, но вклад последнего компенсируется начальным фиолетовым смещением. Гравитационное красное смещение даёт вклад того же порядка, что и квадратичный эффект Доплера [7].

В статье приводятся основные соотношения КЗВ, включая и формулу «модуль расстояния - красное смещение». Показывается, что КЗВ согласуется с наблюдениями без гипотез о тёмной энергии и большой доле тёмной материи, но при иных значениях космологических параметров. В КЗВ нет космологических проблем прежних моделей (горизонта, однородности, плоскостности, космологической постоянной, энтропии и начальной сингулярности) [6]. Проблем горизонта и однородности нет потому, что в ранние эпохи скорость света была выше и радиус горизонта возрастал быстрее, чем при нынешней скорости света.

В разделе 1 рассмотрены два известных механизма космологического красного смещения, кинематическое и растяжение, и показано их совместное действие, ведущее к проблеме двойного смещения. В разделе 2 рассмотрены два новых механизма смещения, фиолетовое смещение из-за более быстрого темпа времени в прошлом и гравитационное красное смещение, и показана компенсация растяжения фиолетовым смещением. В разделе 3 приведены основные соотношения КЗВ и рассмотрены их наблюдательные следствия при учёте всех четырёх эффектов, а также релятивистской абберации. В разделе 4 кратко обсуждаются ранняя Вселенная и реликтовое излучение в КЗВ.

1. Два механизма красного смещения и проблема двойного смещения

1.1. Кинематическое красное смещение и растяжение длин волн в космологии

Пусть наблюдатель в плоском статическом пространстве расположен при $r = 0$, а объекты на расстояниях r имеют скорости удаления $v(r) \simeq H_0 r$, где $H_0 = \text{const.}$ Такие удаляющиеся источники испускают фотоны с длиной волны λ_D , содержащем доплеровское красное смещение z_D относительно длины волны λ фотонов от покоящихся источников. При малых скоростях $v \ll c$ имеем:

$$\frac{\lambda_D}{\lambda} = 1 + z_D \simeq 1 + \frac{v}{c} \simeq 1 + \frac{H_0 r}{c}, \quad r \simeq \frac{c}{H_0} z_D, \quad (3)$$

а для далёких источников с большими скоростями релятивистский эффект Доплера даёт:

$$\frac{\lambda_D}{\lambda} = 1 + z_D = \sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}} = \sqrt{\frac{1 + H_0 r/c}{1 - H_0 r/c}}. \quad (4)$$

Расстояние до источника тогда выразится через z_D в виде:

$$r = \frac{v}{H_0} = \frac{c}{H_0} \cdot \frac{z_D + z_D^2/2}{1 + z_D + z_D^2/2}. \quad (5)$$

Здесь важен тот факт, что доплеровское красное смещение z_D от удаляющихся источников возникает *вначале*, при испускании фотонов, и в статическом пространстве эти фотоны далее распространяются с этой неизменной длиной волны λ_D .

Пусть теперь *пространство расширяется* с масштабным фактором $a(t)$, где $r = a(t)\chi$, а в момент излучения источник фотонов покоится относительно нас при $r = \text{const.}$, т.е. не сопутствует расширению. Скорость такого статического источника в нашей системе покоя равна нулю $\dot{r} = \dot{a}\chi + a\dot{\chi} = 0$ и поэтому его пекулярная скорость $v_{pec} = a\dot{\chi}$ равна по модулю, но противоположна по направлению скорости удаления $v_{rec} = \dot{a}\chi = Hr$ сопутствующих расширению источников: $v_{pec} = -v_{rec}$, где $H = \dot{a}/a$, $\dot{a} = da/dt$. Периоды фотонов от такого источника вначале (τ) и в конце пути (τ_E), или соответствующие частоты ω и ω_E , согласно (1), даются выражениями:

$$c\tau = a \cdot \Delta\chi, \quad c\tau_E = a_0 \cdot \Delta\chi, \quad \frac{\tau_E}{\tau} = \frac{\omega}{\omega_E} = \frac{\lambda_E}{\lambda} = \frac{a_0}{a}. \quad (6)$$

Таким образом, фотоны от покоящегося относительно нас источника, испущенные с начальной длиной волны $\lambda = c/\tau$, прибывают с длиной волны λ_E , возросшей пропорционально $a(t)$, т.е. с красным смещением из-за растяжения z_E :

$$\frac{a_0}{a} = \frac{\lambda_E}{\lambda} = 1 + z_E. \quad (7)$$

В первом приближении z_E растёт с расстоянием линейно:

$$a \approx a_0 \cdot (1 + H_0 \Delta t) = a_0 \cdot \left(1 + \frac{H_0 r}{c}\right), \quad z_E \simeq \frac{H_0}{c} r, \quad (8)$$

что аналогично линейному эффекту Доплера (3).

Таким образом, покоящийся относительно нас источник (с пекулярной скоростью $v_{pec} = -H_0 r$ относительно сопутствующих расширению телам около него) испускает фотоны без красного смещения, так как нет эффекта Доплера, но в ходе распространения фотонов они приобретают красное смещение из-за растяжения.

1.2. Проблема двойного красного смещения в расширяющемся пространстве

Выше были рассмотрены два механизма красного смещения в ОТО, когда каждый из них проявляется в чистом виде, а второй отсутствует:

- Если *пространство статическое*, а *источник удаляется* от нас, то фотоны излучаются с доплеровским красным смещением и придут с этим смещением.
- Если *пространство расширяется*, а *источник покоится* относительно нас (т.е. имеет пекулярную скорость $v_{pec} = a\dot{\chi} = -H_0 r$), то фотоны излучаются без доплеровского смещения, но в пути их длина волны растягивается.

При малых расстояниях и скоростях в обоих случаях красное смещение одинаковое: $cz_E \approx H_0 r$, что и было причиной путаницы в его интерпретации.

Рассмотрим теперь *третий случай*, являющийся комбинацией двух предыдущих, и где присутствуют оба механизма красного смещения. Это случай, когда

- пространство расширяется* и, кроме источника, покоящегося относительно нас, есть также сопутствующий расширению *удаляющийся* источник. Его пекулярная скорость равна нулю $v_{pec} = a\dot{\chi} = 0$, а скорость удаления от нас равна: $\dot{r} = \dot{a}\chi + a\dot{\chi} = H_0 r$.

Если статического источник находится чуть ближе к нам, чем сопутствующий, то для наблюдателя около него фотоны от сопутствующего источника, удаляющегося со скоростью $H_0 r$, имеют длину волны λ_D с доплеровским красным смещением z_D из (4). Таким образом, доплеровское красное смещение у фотонов от сопутствующего источника можно определить в нашей системе покоя уже вначале пути.

Далее фотон от статического источника с длиной волны λ , а также фотон от сопутствующего источника с длиной волны λ_D , пройдя практически одинаковый путь до нас, испытают одинаковое растяжение длины волны, пропорциональное росту a . При поступлении к нам длина волны первого фотона λ станет равной λ_E из (7), тогда как второй фотон с начальной длиной волны λ_D в нашей системе покоя испытает такое же растяжение и придёт с длиной волны λ_{DE} , которое следует из аналога формулы (7):

$$\frac{\lambda_{DE}}{\lambda_D} = \frac{a_0}{a} = 1 + z_E. \quad (9)$$

Учитывая (4), что вначале было $\lambda_D = (1 + z_D)\lambda$, полное красное смещение для фотонов от удаляющегося источника находим как комбинированное красное смещение z_{ED} , выражаемое через z_D и z_E как:

$$\frac{\lambda_{DE}}{\lambda} = \frac{\lambda_{DE}}{\lambda_D} \frac{\lambda_D}{\lambda} = (1 + z_E)(1 + z_D) = 1 + z_{ED}. \quad (10)$$

В первом приближении это даёт:

$$z_{ED} \approx z_E + z_D \approx 2 \frac{H_0}{c} r \approx 2 \frac{v}{c}, \quad z \approx 2z_E \approx 2z_D. \quad (11)$$

т.е. вклады Доплер эффекта $z_D \approx r \cdot H_0 / c$ и растяжения $z_E \approx r \cdot H_0 / c$ складываются и ведут к *удвоенному красному смещению*, чем только при одном из этих эффектов.

Рис 1. показывает, что в действительности *наблюдается однократный* эффект и $z \approx H_0 r / c$ (красная линия). Поэтому в релятивистской космологии была *проблема*

двойного красного смещения и прежние модели на базе фридмановской метрики с двумя видами красного смещения в действительности противоречили наблюдениям.

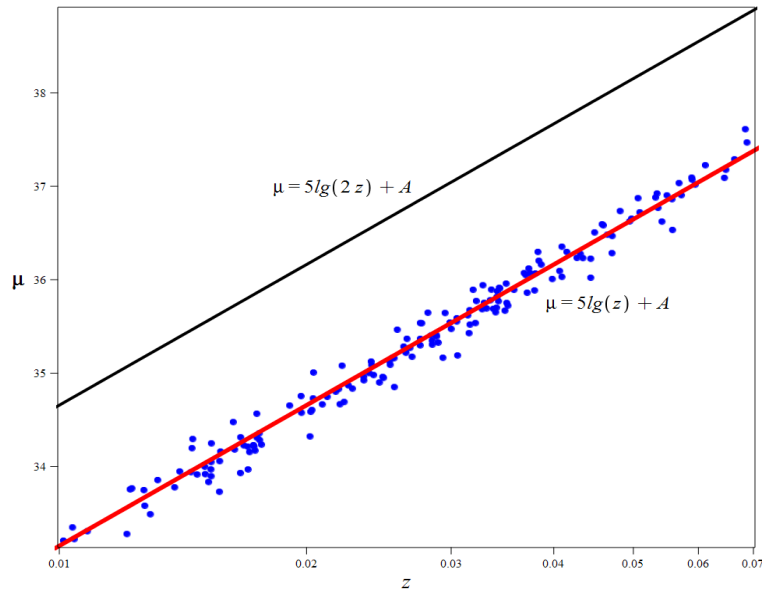


Рис. 1. График «модуль расстояния – красное смещение» для SN Ia в линейной части (в логарифмической шкале z), $A = 5\lg(c/H_0) + 25$, $H_0 = 70 \text{ км/сек} \cdot \text{Мпс}$. Данные из [10]. Чёрная линия – двойное красное смещение с $\delta\mu = 5\lg(2) = 1.5$.

2. Два новых механизма смещения частот и решение проблемы двойного красного смещения

2.1. Начальное фиолетовое смещение компенсирующее растяжение в пути

В ОТО, таким образом, два базовых механизма красного смещения в космологии, эффект Доплера вначале и растяжение в пути, должны учитываться вместе и это ведёт к проблеме двойного красного смещения. Это значит, что в фридмановской модели есть некое скрытое нереалистическое предположение. Как было показано в [6], это - сильное ограничение, состоящее в постоянстве временной компоненты метрики, что означает гипотезу о постоянстве темпа собственного времени в каждом месте в ходе расширения.

Для того, чтобы понимать насколько сильным является такое ограничение, надо вспомнить тот факт, что согласно теории относительности, физическая реальность не является пространством и временем по отдельности, как это было в ньютоновской теории, а есть пространство событий, или пространство-время. Поэтому случаи, когда имеют место релятивистские эффекты с пространством и временем по отдельности весьма редки и исключительны. Поэтому, во-первых, когда в ходе расширения пространства собственное расстояние между двумя объектами значительно увеличилось, например, в 10 раз, а собственные времена в обоих местах не изменились и идут в том же темпе, как и раньше, было бы исключительным случаем в релятивистских системах. Во-вторых, такая «независимость» локальных собственных времён от поведения пространства в этом же месте характерна именно для ньютоновской теории и поэтому неудивительно, что соотношения фридмановской модели прямо следуют из ньютоновской космологии.

В ОТО же более естественным с физической точки зрения является ситуация, когда изменение пространственных компонентов метрики, выражающих изменение кривизны пространства, ведёт к соответствующему изменению и временной компоненты

метрики. Если последняя меняется таким образом, что темп собственных времён в более ранние эпохи был выше, чем в настоящем, то частоты испускаемых фотонов были бы выше, чем нынешние, т.е. они были бы испущены с фиолетовым смещением. Тогда к двум прежним механизмам добавился бы ещё и третий механизм - *фиолетовое смещение* при испускании фотонов в более ранние эпохи. Оно компенсировало бы красное смещение из-за растяжения в пути и в итоге в линейной части наблюдалось бы только однократное, доплеровское красное смещение, что естественным образом согласовало бы теорию с наблюдениями.

В прежних моделях длина волны λ фотона, испущенного в более ранние эпохи, считалась *такой же*, как длина волны λ_0 фотона, испущенного *здесь сейчас*, в момент приёма. Однако на самом деле ОТО вместе с космологическим принципом требует лишь того, чтобы длина волны фотона при его испускании в более раннюю эпоху $\tau(t_1, \chi) = \tau_1$ совпадала с длиной волны аналогичного фотона вблизи наблюдателя только *в ту же самую раннюю эпоху*, т.е. при собственном времени $\tau(t_1, 0) = \tau_1$ (Рис. 2). Например, длина волны фотона, испущенного вдали от нас в эпоху 10 млрд. лет после Большого Взрыва по местному времени там, должна совпадать с длиной волны такого же фотона здесь у нас также в эпоху 10 млрд. лет после Большого Взрыва по местному времени.

После того, как сравнение длин волн фотонов на месте испускания и на месте приёма проведено корректно, а именно, в терминах длин волн в этих местах в одну и ту же космологическую эпоху, встаёт другая задача – как длина волны фотона у нас в ту эпоху связана с длиной волны этого же фотона в нашу эпоху. Поскольку в КЗВ собственные времена переменны, то надо выбрать как эталон время одной из эпох, а времена других эпох выразить в его терминах как временной координаты. Для нас естественным выбором является наше время, так как сигналами от всех прежних эпох сравниваем с сигналами в нашу эпоху. Тогда собственные времена τ удобно выразить в терминах нашего локального собственного времени t :

$$d\tau^2 = g_{00}[a(t)]dt^2. \quad (12)$$

В ОТО выбор временной компоненты метрики g_{00} зависит от физических условий и эта метрика может быть как меньше, так и больше единицы: $g_{00}[a(t)] < 1$ или $g_{00}[a(t)] > 1$. Наблюдательные факты показывают, что проблема двойного красного смещения решается только если в ходе космологического расширения темп локальных собственных времён был больше в прежние эпохи и он замедлялся.

Есть ли в релятивистских системах аналогичный случай, когда по мере эволюции свободной частицы вдоль мировой линии окружающее пространство расширялось бы, а темп собственного времени частицы становился бы медленнее, чем в предыдущих участках этой же мировой линии? Да есть такая система и это – свободная частица в поле Шварцшильда, т.е. в статическом гравитационном поле вокруг сферического источника.

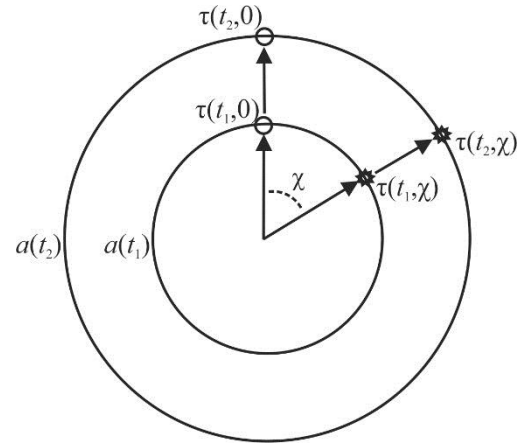


Рис. 2. Пример хода времени в замкнутой вселенной. Космологический принцип требует, чтобы темп собственных времён в разных местах был одинаков в ту же эпоху и допускает различие темпов времени в разные эпохи.

Пока радиально падающая частица пересекает сферы с окружными радиусами $r_1, r_2, \dots$ отличающимися на Δr , интервалы физического расстояния вдоль радиуса Δr между двумя соседними сферами возрастают как $\Delta r = \Delta r / (1 - r_g / r)^{1/2}$, т.е. пространство вокруг падающей частицы «расширяется» в радиальном направлении. Интервалы же собственного времени частицы $\Delta \tau$ становятся меньше по сравнению с одинаковыми интервалами мирового времени Δt , т.е. собственное время замедляется как $\Delta \tau = \Delta t (1 - r_g / r)^{1/2}$. При этом коэффициент при Δt обратен коэффициенту при Δr .

При космологической эволюции пространство вокруг частицы также расширяется, но уже не в одном измерении, а по всем трём измерениям и с коэффициентом $a(t)/a(t_0)$ при Δr , где Δr выражает физические расстояния в нашу эпоху t_0 . Если придерживаться аналогии с падением в поле Шварцшильда, то тогда собственные времена также должны замедляться в ходе расширения и коэффициент при Δt должен быть обратным коэффициенту при Δr , т.е. равным $a(t_0)/a(t)$.

Итак, зависимость темпа собственных времён от масштабного фактора (пока без учёта гравитационного смещения как эффекта второго порядка), как показывает аналогия с шварцшильдским полем, возможно такая же, как и у растяжения, т.е. интервал собственного времени пропорционален масштабному фактору:

$$a d\tau = a_0 dt, \quad d\tau = \frac{a_0}{a} dt. \quad (13)$$

Для метрики в (12) это означает, что $g_{00}(t) = a_0^2 / a^2$, т.е. для $a < a_0$ имеем $g_{00}(t) > 1$.

Поскольку раньше темп собственного времени был быстрее, то частоты фотонов в каждом месте были больше, а длины волн меньше, чем у таких же фотонов сейчас. Это ведёт к фиолетовому смещению в более ранние эпохи с фактором, обратным фактору растяжения в (9). Поэтому если длина волны фотона при испускании должна была быть равной λ_D только при учёте эффекта Доплера, то на самом деле длина волны была короче из-за начального фиолетового смещения. Обозначив эту длину волны как λ_{CD} , её можем найти из соотношения:

$$\frac{\lambda_{CD}}{\lambda_D} = \frac{a}{a_0} = \frac{1}{1 + z_E}. \quad (14)$$

Тогда начальное фиолетовое смещение из-за более быстрого темпа времени в (14) и дальнейшее красное смещение из-за растяжения из (9) компенсируют друг друга и в итоге космологическое смещение с учётом трёх эффектов $1 + z_{CDE}$ сводится к эффекту Доплера из (4). Соответствующая длина волны λ_{CDE} тогда вычисляется как результат цепочки соотношений:

$$1 + z_{CDE} = \frac{\lambda_{CDE}}{\lambda_0} = \frac{\lambda_{CDE}}{\lambda_{DE}} \cdot \frac{\lambda_{DE}}{\lambda_0} = \frac{\lambda_{CDE}}{\lambda_{DE}} \cdot \frac{\lambda_{DE}}{\lambda_D} \cdot \frac{\lambda_D}{\lambda_0} = \frac{a}{a_0} \cdot \frac{a_0}{a} \cdot \frac{\lambda_D}{\lambda_0} = \frac{\lambda_D}{\lambda_0} = 1 + z_D. \quad (15)$$

Таким образом, получаем точные соотношения:

$$1 + z_{CDE} = \frac{\lambda_{CDE}}{\lambda_0} = \frac{\lambda_D}{\lambda_0} = 1 + z_D, \quad \lambda_{CDE} = \lambda_D, \quad z_{CDE} = z_D. \quad (16)$$

В первом приближении это даёт линейный эффект Доплера, который с самого начала и считался объяснением наблюдаемой линейной зависимости z от r и v :

$$z_{CDE} = z_D \approx r \cdot H_0 / c \approx v / c. \quad (17)$$

Итак, проблема двойного красного смещения в линейном участке, состоящая в совместном действии эффекта Доплера и растяжения в ходе расширения пространства, в КЗВ решается естественным образом. Прежняя формулировка противоречила

наблюдениям уже для близких объектов, где выводы модельно независимы, так как играет роль лишь космологический параметр H_0 и нет кинематических релятивистских эффектов.

2.2. Гравитационное замедление времени и его вклад в красное смещение

Ещё одним фундаментальным физическим явлением, которое следует из ОТО и должно быть учтено в космологии, является гравитационное замедление времени. Оно ведёт к *гравитационному красному смещению* (ГКС) в космологии, которое растёт пропорционально квадрату расстояния и существенно для далёких объектов. Однако, как было показано в статье [7], две прежние попытки его учёта [4,8] были ошибочными и была сформулирована последовательная теория двух видов ГКС в космологии.

Первый вид, *локальное ГКС*, есть результат влияния гравитации вещества в сфере между наблюдателем и источником, с центром в середине расстояния до источника (Рис. 2). В момент излучения источник и наблюдатель находятся на периферии этой сферы на одинаковом расстоянии от её центра и в статическом мире обмен фотонами между ними не ведёт к ГКС. Но в расширяющемся мире фотоны, испущенные при меньшем радиусе этой сферы и более сильной гравитации, наблюдатель принимает при большем радиусе при той же массе сферы, когда гравитация на её поверхности стала слабее, что и приводит к локальному ГКС, зависящему от разницы радиусов.

Влияние гравитации вещества внешней области аналогично и приводит к *глобальному ГКС* из-за разницы средних плотностей, а значит и замедлений собственных времён, в две эпохи. Фотоны от наблюдателя к источнику имеют те же два вида ГКС в полном согласии с космологическим принципом.

Пусть сфера между наблюдателем и источником есть пустая полость. Тогда гравитационный потенциал, создаваемый в ней всем остальным веществом вселенной будет в каждый момент постоянным во всей полости, но меняется со временем из-за уменьшения средней плотности вещества во вселенной. В статической системе отсчёта со сферическими координатами с центром в центре полости введём гиперповерхность одновременности $t = const.$ с мировым временем t . Линейный элемент тогда включает функцию $f(t)$, зависящей от средней плотности вещества вне полости $\rho(t)$:

$$ds^2 = f(t)dt^2 - dr^2 - r^2 d\Omega^2. \quad (18)$$

В статическом мире с постоянной плотностью $\rho = const.$ было бы $f = const.$, что позволило бы переопределить мировое время как $f \cdot dt^2 = dt'^2$. При этом t' также было бы мировым временем, так как для одновременных событий его значения были бы одинаковыми. В статическом мире поэтому нет глобального ГКС. В расширяющемся мире же, где за время распространения фотонов от источника внутри полости $\rho(t)$ уменьшится, а радиус полости увеличится (Рис. 2), величина $f(t)$ возрастет и гравитационное замедление собственных времён ослабнет: $f(t_2) > f(t_1)$ при $t_2 > t_1$.

На первом этапе определим величину ГКС по этой причине в чистом виде, исключив доплеровский сдвиг. Для этого рассмотрим ситуацию, когда источник при испускании, а наблюдатель при приёме фотонов покоились относительно центра полости. Так как $\tau_o = \Delta t \sqrt{f(t_o)}$ и $\tau_e = \Delta t \sqrt{f(t_e)}$, то для глобального ГКС получаем:

$$1 + z_{gG} = \frac{\lambda_o}{\lambda_e} = \frac{\tau_o}{\tau_e} = \frac{\sqrt{f(t_o)}}{\sqrt{f(t_e)}}. \quad (19)$$

На втором этапе учтём доплеровский сдвиг и рассмотрим испускание и регистрацию фотонов сопутствующими поверхности источником и наблюдателем. При скорости расширения границы полости относительно её центра $v_r = Hr$, относительная скорость источника и наблюдателя v на гиперповерхностях одновременности $t_e = const.$ и $t_o = const.$ определяется по релятивистской формуле, которая в случае, когда v_r слабо зависит от времени, даёт:

$$v = \frac{2Hr}{1+H^2r^2}, \quad 1+z_D = \sqrt{\frac{1+v}{1-v}} = \frac{1+Hr}{1-Hr} = \frac{1+H_o r_o/2}{1-H_o r_o/2}, \quad (20)$$

Полное смещение, таким образом, в этом приближении принимает вид:

$$1+z_{g,D} = (1+z_{gG})(1+z_D) = \frac{\sqrt{f(t_o)}}{\sqrt{f(t_e)}} \cdot \frac{1+H_o r_o/2}{1-H_o r_o/2}. \quad (21)$$

Итак, глобальное ГКС возникает из-за того, что фотоны испускаются в эпоху с большей средней плотностью и принимаются в эпоху с меньшей средней плотностью. Гравитация более плотной материи замедляла собственные времена сильнее и фотоны рождались с меньшей частотой, чем сейчас, что и ведёт к ГКС «старых» фотонов относительно «молодых».

Для определения локального ГКС в чистом виде рассмотрим случай обратный к рассмотренному предыдущем разделе – пусть полость между наблюдателем и источником заполнена однородным пылевым веществом, а вне полости вещества нет, т.е. учтём гравитацию вещества сферы, но отвлечёмся от влияния вещества вне сферы.

В статическом мире фотоны от источника на периферии гравитирующей сферы приходят к наблюдателю на диаметрально противоположную периферию при том же радиусе сферы. Поскольку между этими точками нет разности потенциалов, то здесь не будет и гравитационного смещения.

В расширяющемся мире гравитационное смещение на периферии сферы также изучим сначала без вклада доплеровского смещения, когда источник при испускании, а наблюдатель при регистрации покоятся относительно центра сферы между ними. Теперь за время движения фотона сфера расширится и фотоны, испущенные при меньшем радиусе, придут к наблюдателю на сфере при большем её радиусе, когда её гравитация ослабла. Отношение временных компонент шварцшильдовской метрики (или разность потенциалов в случае слабого поля), приведёт к локальному ГКС для частот фотонов.

Итак, фотоны испущенные при радиусе сферы $r(t_e)$ приходят к наблюдателю при большем радиусе $r(t_o) > r(t_e)$ при той же массе шара $M_e/8$, что и ведёт к локальному ГКС. В статическом мире с покоившимися источником и наблюдателем имели бы:

$$1+z_{gL} = \frac{\lambda_o}{\lambda_e} = \sqrt{\frac{1-2GM(r)/r(t_e)}{1-2GM(r)/r(t_o)}} = \sqrt{\frac{1-H_e^2 r_e^2/4}{1-H_o^2 r_o^2/4}} \approx 1 + \frac{1}{8}(H_o^2 r_o^2 - H_e^2 r_e^2). \quad (22)$$

Соответственно, фотоны от источника, который в системе покоя наблюдателя удалялся со скоростью v , содержат в момент излучения доплеровское красное смещение $1+z_D$ как в (20) и поэтому комбинированное смещение $1+z_{gL,D}$ будет равно:

$$1+z_{gL,D} = (1+z_{gL})(1+z_D) = \frac{\lambda_o}{\lambda_e} = \frac{1+H_o r_o/2}{1-H_o r_o/2} \cdot \frac{\sqrt{1-H_e^2 r_e^2/4}}{\sqrt{1-H_o^2 r_o^2/4}}. \quad (23)$$

Таким образом, максимальная величина локального ГКС, имеющее место при $r_o \gg r_e$, составляет примерно половину квадратичного доплеровского красного смещения.

Локальное и глобальное ГКС из (19) и (22) вместе образуют полное ГКС $1+z_g$, которое является их произведением:

$$1 + z_g = (1 + z_{gG})(1 + z_{gL}). \quad (24)$$

Учёт эффекта Доплера вначале пути (20) даёт комбинированное смещение $1 + z_{g,D}$:

$$1 + z_{gD} = (1 + z_g)(1 + z_D). \quad (25)$$

Итак, ГКС аналогично квадратичному (или поперечному) эффекту Доплера и не содержится в соотношениях фридмановской модели, как это было принято считать [2]. Поэтому ГКС следует учесть отдельно как в моделях, так и в интерпретации данных для удалённых объектов. Теория ГКС в космологии, таким образом, вносит серьёзные коррективы как в космологические модели и их предсказания, так и в интерпретацию наблюдательных данных.

Из двух видов ГКС теория локального смещения для фотонов от доступных наблюдениям объектов не требует новых гипотез и её следствия можно использовать для корректировки данных в виде поправок на эту часть эффекта. Более сложной является ситуация с глобальным ГКС, так как для его расчётов требуется знание структуры вселенной в глобальных масштабах. Поскольку глобальное ГКС чувствительна к выбору космологической модели, то эта особенность делает его ценным инструментом для проверки космологических моделей.

В ранней вселенной вклады обеих видов ГКС уже мало отличаются и существенно модифицируют прежние представления о расстояниях до объектов, их возрасте и эволюции, а также о свойствах реликтового фона.

2.3. Наблюдаемые красные смещения как результат эффекта Доплера и ГКС

В разделе 1 было показано, что в расширяющемся пространстве фотоны от сопутствующих расширению источников приходят с двумя видами красного смещения – из-за эффекта Доплера и растяжения, а в разделе 2.2. было показано, что для достаточно далёких объектов добавится ещё один вид красного смещения - ГКС. Эти три вида красного смещения независимо друг от друга и обязательно должны быть учтены в любой из космологических моделей с расширяющимся пространством.

Модели на базе фридмановской модели, содержащие только красные смещения, оказались поэтому излишне упрощёнными и не соответствующими действительности, так как уже для близких объектов они приводят к двойному красному смещению по сравнению с тем, что показывают наблюдения.

В КЗВ, как было показано разделе 2.1, имеет место начальное фиолетовое смещение из-за более быстрого темпа времени в (14) и в дальнейшем оно компенсирует красное смещение из-за растяжения из (9). В результате, наблюдаемое красное смещение сводится к вкладам эффекта Доплера из (4) и ГКС из (24), т.е. имеет вид (25).

Наблюдаемая длина волны $\lambda = \lambda_{CDEg}$, включающая вклад всех четырёх эффектов, тогда вычисляется как результат цепочки соотношений:

$$1 + z = \frac{\lambda_{CDEg}}{\lambda_0} = \frac{\lambda_{CDEg}}{\lambda_{DEg}} \cdot \frac{\lambda_{DEg}}{\lambda_0} = \frac{\lambda_{CDEg}}{\lambda_{DEg}} \cdot \frac{\lambda_{DEg}}{\lambda_{Dg}} \cdot \frac{\lambda_{Dg}}{\lambda_0} = \frac{\lambda_{CDEg}}{\lambda_{DEg}} \cdot \frac{\lambda_{DEg}}{\lambda_{Dg}} \cdot \frac{\lambda_{Dg}}{\lambda_g} \cdot \frac{\lambda_g}{\lambda_0}, \quad (26)$$

что даёт:

$$1 + z = \frac{a}{a_0} \cdot \frac{a_0}{a} \cdot (1 + z_D)(1 + z_g) = (1 + z_D)(1 + z_g) = 1 + z_{gD}. \quad (27)$$

Для близких объектов, таким образом, будет наблюдаться линейное доплеровское смещение, а для достаточно далёких добавляются квадратичный эффект Доплера и того же порядка ГКС.

3. Космология с замедляющимся временем с учётом эффектов гравитации

3.1. Основные соотношения модели

Проблема двойного красного смещения в релятивистской космологии решается лишь в КЗВ, а КЗВ затем модифицирует описание структуры и эволюции вселенной. Формулировка КЗВ в [6] была дана без учёта ГКС и оценочное сравнение с наблюдениями показало, что в первом приближении модель согласуется с данными. В данном разделе эта формулировка будет обобщена с учётом гравитационного замедления времени и уточнены ряд следствий, включая и сравнения с наблюдениями.

В фридмановских моделях в сопутствующей системе отсчёта локальный линейный элемент записывался в терминах собственного времени τ . В КЗВ линейный элемент имеет вид (2), т.е. в соответствие с (13) и (18), записываем в терминах нашего времени t как $d\tau = dt \cdot \sqrt{f} a_0 / a$. Тогда временная компонента и детерминант метрики имеют вид:

$$g_{00}(t) = \frac{a_0^2 f(t)}{a^2(t)}, \quad \sqrt{-g} = a_0 a^2 \sqrt{f} |\sin \theta| S_{k,\chi}^2. \quad (28)$$

Тензор энергии-импульса однородной пыли с локальной плотностью энергии $\rho(t)$:

$$T^{ik} = \rho \frac{dx^i}{ds} \frac{dx^k}{ds}, \quad T^{00} = \rho \frac{a^2}{a_0^2 f}, \quad T_0^0 = T^{00} g_{00} = \rho, \quad T_{00} = \rho g_{00} = \rho f \frac{a_0^2}{a^2} \quad (29)$$

и условие сохранения энергии-импульса дают прежние соотношения ($\dot{a} = da / dt$) [4]:

$$\frac{1}{a^2} \frac{\partial}{\partial t} (\rho a^2) + \rho \frac{\dot{a}}{a} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial t} (\rho a^3) = 0, \quad \rho a^3 = \rho_0 a_0^3. \quad (30)$$

Уравнения Эйнштейна $G_{ik} = (8\pi G / c^4) T_{ik}$ с тензором Эйнштейна G_{ik} и (30) дают уравнение эволюции:

$$\dot{a}^2 = c^2 \frac{a_0^2 f}{a^2} \left(\frac{a_m}{a} - k \right), \quad \dot{a} = \pm c \frac{a_0 \sqrt{f}}{a} \sqrt{\frac{a_m}{a} - k}, \quad a_m \equiv \frac{8\pi G \rho_0 a_0^3}{3c^4}. \quad (31)$$

Сравнение с уравнением Фридмана:

$$\left(\frac{da}{d\tau} \right)^2 = c^2 \left(\frac{a_m}{a} - k \right), \quad \frac{da}{d\tau} = \pm c \sqrt{\frac{a_m}{a} - k}, \quad (32)$$

показывает, что скорость расширения в (31) содержит новый фактор $\sqrt{f} a_0 / a$. С одной стороны, присутствие a_0 / a означает более быструю скорость расширения в прежние эпохи в терминах t . С другой стороны, фактор гравитационного замедления $\sqrt{f}$ начинает усиливаться для достаточно далёких объектов, замедляя процессы и становится доминирующим для ранней вселенной. Такой же переменной была и скорость света $\tilde{c}$:

$$\tilde{c}^2 dt^2 - a^2 d\chi^2 = 0, \quad \tilde{c} = \frac{a_0 \sqrt{f}}{a} c. \quad (33)$$

Для нашей эпохи с a_0 и постоянной H_0 уравнение (31) даёт обычные выражения:

$$\dot{a}_0 = \pm c \frac{\sqrt{1 - ka_0/a_m}}{\sqrt{a_0/a_m}} = \pm c \frac{\sqrt{1 - kb}}{\sqrt{b}}, \quad H_0 = \frac{\dot{a}_0}{a_0} = \pm \frac{c}{a_0} \frac{\sqrt{1 - kb}}{\sqrt{b}}, \quad b \equiv \frac{a_0}{a_m}. \quad (34)$$

Для собственного времени τ из (32) получаем:

$$c\tau = \int_0^{a(t)} \frac{a^{1/2} da}{\sqrt{a_m - ka}}, \quad (35)$$

$$c\tau = \begin{cases} \sqrt{a(a_m - a)} + a_m \arcsin \sqrt{\frac{a}{a_m}}, & k = 1 \\ \frac{2a^{3/2}}{3a_m^{1/2}}, & k = 0 \\ \sqrt{a(a_m + a)} - a_m \operatorname{arcsinh} \sqrt{\frac{a}{a_m}}, & k = -1 \end{cases} \quad (36)$$

Для времени t , соответствующей $a(t)$, уравнение эволюции (31) даёт:

$$ct = \frac{1}{a_0 \sqrt{f}} \int_0^{a(t)} \frac{a^{3/2} da}{\sqrt{a_m - ka}} \quad (37)$$

$$ct = \begin{cases} \frac{3a_m}{4a_0 \sqrt{f}} \left[a_m \arcsin \sqrt{\frac{a}{a_m}} - \left(1 + \frac{2a}{3a_m} \right) \sqrt{a(a_m - a)} \right], & k = 1 \\ \frac{2}{3} \frac{a^{3/2}}{a_m^{1/2}} \frac{3a}{5a_0 \sqrt{f}} = \frac{3a}{5a_0 \sqrt{f}} \tau, & k = 0 \\ \frac{3a_m}{4a_0 \sqrt{f}} \left[a_m \operatorname{arcsinh} \sqrt{\frac{a}{a_m}} - \left(1 - \frac{2a}{3a_m} \right) \sqrt{a(a_m + a)} \right], & k = -1 \end{cases} \quad (38)$$

3.2. Соотношение «модуль расстояния - красное смещение»

Мировая линия фотонов от удалённых источников описывается соотношениями:

$$\frac{a_0^2 f}{a^2} c^2 dt^2 - a^2 d\chi^2 = 0, \quad cdt = \pm \frac{a^2}{a_0 \sqrt{f}} d\chi. \quad (39)$$

Для пройденного фотоном угла χ , с учётом (31), это даёт:

$$\chi = c \int_t^{t_0} \frac{a_0 \sqrt{f}}{a^2} dt = c \int_t^{t_0} \frac{a_0 \sqrt{f}}{a^2} \frac{da}{\dot{a}} = \int_a^{a_0} \frac{da}{\sqrt{a(a_m - ka)}}. \quad (40)$$

Интегрирование в итоге даёт выражение фридмановской модели:

$$a_0 S_k(\chi) = \frac{c}{H_0} \frac{a}{a_0} \cdot 2(1 - kb) \left[\frac{a_0}{a} - 1 + (2kb - 1) \left(\sqrt{1 + \frac{a_0/a - 1}{1 - kb}} - 1 \right) \right]. \quad (41)$$

Отношение a_0/a даёт величину растяжения длин волн:

$$\frac{a_0}{a} = 1 + z_E \quad (42)$$

и подстановка этого в (41) даёт:

$$a_0 S_k(\chi) = \frac{c}{H_0(1 + z_E)} \frac{1}{q_0} \left[z_E + (q_0^{-1} - 1) \left(\sqrt{1 + 2q_0 z_E} - 1 \right) \right]. \quad (43)$$

где $2q_0 = 1/(1-kb)$. Это - формула Маттига [9] для красного смещения из-за растяжения. В фридмановской модели, сводящей космологическое красное смещение z лишь к растяжению $z \rightarrow z_E$, эта формула прямо сравнивалась с наблюдениями. Но в ней не были учтены как эффект Доплера и абберация, так и гравитационное смещение, поскольку при учёте этих эффектов возникала проблема двойного смещения уже в линейной части.

В КЗВ итоговое смещение z связано с эффектом Доплера (4) и ГКС, при расчёте вклада которых возникают также члены, включающие a_0/a , а значит и $1+z_E$.

Сначала рассмотрим релятивистские эффекты в статическом пространстве, когда на гиперповерхности одновременности $t = \text{const.}$ источники удаляются от нас со скоростями, пропорциональными расстоянию $v = H_0 r$. На этом примере уточним то, какое из определений расстояния использовать в дальнейших расчётах.

Дело в том, что даже в этом простом случае есть разные виды расстояний, каждое из которых имеет свой определённый физический смысл. Во-первых, это расстояние по светимости r , равное радиусу кривизны сферы, на которую растеклось излучение в момент t_0 приёма сигнала. Во-вторых, физическое расстояние r , состоящее из совокупности сопутствующих источникам стандартных масштабов, которые состыкованы одновременно в момент t_0 :

$$r = \int_0^r \frac{dr}{\sqrt{1 - H_0^2 r^2 / c^2}} = \frac{c}{H_0} \arcsin\left(\frac{H_0 r}{c}\right), \quad H_0 r = c \sin\left(\frac{H_0 r}{c}\right). \quad (44)$$

Хотя в статическом пространстве нет смысла оперировать этим «расстоянием», но оно может быть определено однозначно, а практический смысл же приобретает его аналог в нестатическом случае.

В расширяющемся искривлённом пространстве, где физическое расстояние равно $r(t, \chi) = a(t)\chi$, ситуация сложнее. Локальная скорость удаления объектов $v(t, \chi)$ зависит как от расстояния, так и от времени, и здесь вместо H_0 фигурирует $H(\tau) = a^{-1} da / d\tau$. Здесь имеет место лишь локальный закон для разности скоростей удаления δv двух близких объектов, физическое расстояние между которыми в момент t равно δr . Из определения этого расстояния

$$\delta r(t, \chi) = r(t, \chi + \delta\chi) - r(t, \chi) = a(t)\delta\chi \quad (45)$$

находим скорость удаления материи в этом пространственном участке в виде:

$$\delta v(t, \chi) = \frac{\partial}{\partial \tau} \delta r(t, \chi) = H \cdot a \delta\chi, \quad (46)$$

что и даёт искомый локальный закон разбегания:

$$\delta v(t, \chi) = H \cdot \delta r(t, \chi). \quad (47)$$

В релятивистской космологии скорости удаления близких объектов на гиперповерхности $t = \text{const.}$ связаны релятивистским соотношением:

$$v(\chi + \delta\chi) = \frac{v(\chi) + H \delta r}{1 + v(\chi) \cdot H \delta r / c^2}, \quad (48)$$

которое из-за малости $\delta v/c$ можно записать как

$$v(\chi + \delta\chi) - v(\chi) \approx [1 - v^2(\chi)/c^2] H a \cdot \delta\chi. \quad (49)$$

Из этого, с учётом (44), получаем уравнение для определения локальных скоростей:

$$\frac{dv}{1 - v^2/c^2} = H dr = H \frac{dr}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad (50)$$

что даёт зависимость локальной скорости удаления от расстояния (в приближении, когда пренебрегается изменением H вдоль гиперповерхности $t = \text{const.}$):

$$r(t) \approx \frac{c}{H} \int_0^{v(t,\chi)} \frac{d(v/c)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{c}{H} \arcsin\left(\frac{v}{c}\right), \quad v = c \sin\left(\frac{Hr}{c}\right). \quad (51)$$

Фотоны от сопутствующих расширению источников прибывают к нам с тем же доплеровским красным смещением $(1 + z_D)$, которое было уже в начале их пути. Поэтому в (4) входит именно v , что позволяет найти формулу зависимости r от z_D :

$$r = \frac{c}{H_0} \frac{H_0}{H} \arcsin\left(\frac{z_D + z_D^2/2}{1 + z_D + z_D^2/2}\right). \quad (52)$$

Поскольку H пропорционален H_0 и зависит от фактора $a_0/a = (1 + z_E)$, то:

$$\frac{H_0}{H} = \frac{\dot{a}_0}{\dot{a}} \frac{a}{a_0} = \frac{a^2}{a_0^2} \frac{\sqrt{f_0}}{\sqrt{f}} \frac{\sqrt{1 - kb}}{\sqrt{1 - kb + a_0/a - 1}} = \frac{1 + z_g}{(1 + z_E)^2 \sqrt{1 + 2q_0 z_E}}, \quad (53)$$

На малых расстояниях $z_D, z_E \ll 1$ и (51) переходит в линейный закон:

$$v \approx H_0 r \approx c z_D. \quad (54)$$

Видимая и абсолютная светимости l, L источников связаны с фотометрическим расстоянием d_p как $l = L / 4\pi d_p^2$. Через видимую и абсолютную звёздные величины m и M они выражаются как $l = 10^{-m/2.5} \cdot 2.52 \cdot 10^{-5}$ эрг/см²сек и $L = 10^{-M/2.5} \cdot 3.02 \cdot 10^{35}$ эрг/сек. Расширение ведёт к уменьшению энергии и частоты прибытия фотонов на общую величину $(1 + z_D)^2 (1 + z_g)^2$, а релятивистская абберация уменьшает видимую светимость на фактор $(1 + z_D)^2$. В результате для видимой светимости получаем выражение:

$$l_F = \frac{L}{4\pi d_p^2} = \frac{L}{4\pi r^2} \cdot \frac{1}{(1 + z_D)^4 (1 + z_g)^2}. \quad (55)$$

Фотометрическое расстояние d_p , таким образом, равно:

$$d_{p,0} = (1 + z_D)^2 (1 + z_g) r = 10^{-5+(m-M)/5} \text{ Mpc}, \quad (56)$$

откуда, учитывая определение модуля расстояния $\mu \equiv m - M = 5 \lg(d_p) + 25$ и (52), следует соотношение «модуль расстояния–красное смещение» ($A \equiv 5 \cdot \lg(c/H_0) + 25$):

$$\mu = 5 \lg \left(\frac{(1 + z_D)^2 (1 + z_g)^2}{(1 + z_E)^2 \sqrt{1 + 2q_0 z_E}} \arcsin \left(\frac{z_D + z_D^2/2}{1 + z_D + z_D^2/2} \right) \right) + A. \quad (57)$$

Величина $(1 + z_E)$ пропорциональна расстоянию, а значит и скорости убегания объекта, тогда как $1 + z_D$ зависит от скорости не только линейно, но и вместе с $1 + z_g$ имеет квадратичную зависимость от r на больших расстояниях и поэтому $z_D > z_E$.

Выражение z_E через z_D значительно усложнит вид (57), тогда как для оценки того, в какой мере КЗВ может быть в согласии с данными наблюдений, нам необходимо предельно упростить эту формулу. Для этого при $z_D < 2$ множитель перед $\arcsin$, аппроксимируем с помощью малого параметра α :

$$\frac{(1+z_D)^2(1+z_g)^2}{(1+z_E)^2\sqrt{1+2q_0z_E}} \simeq (1+z_D)^{1+\alpha z_D}. \quad (58)$$

Подставив это в (57) и обозначив z_D как z , получаем искомую упрощённую версию соотношения «модуль расстояния – красное смещение» в КЗВ [6]:

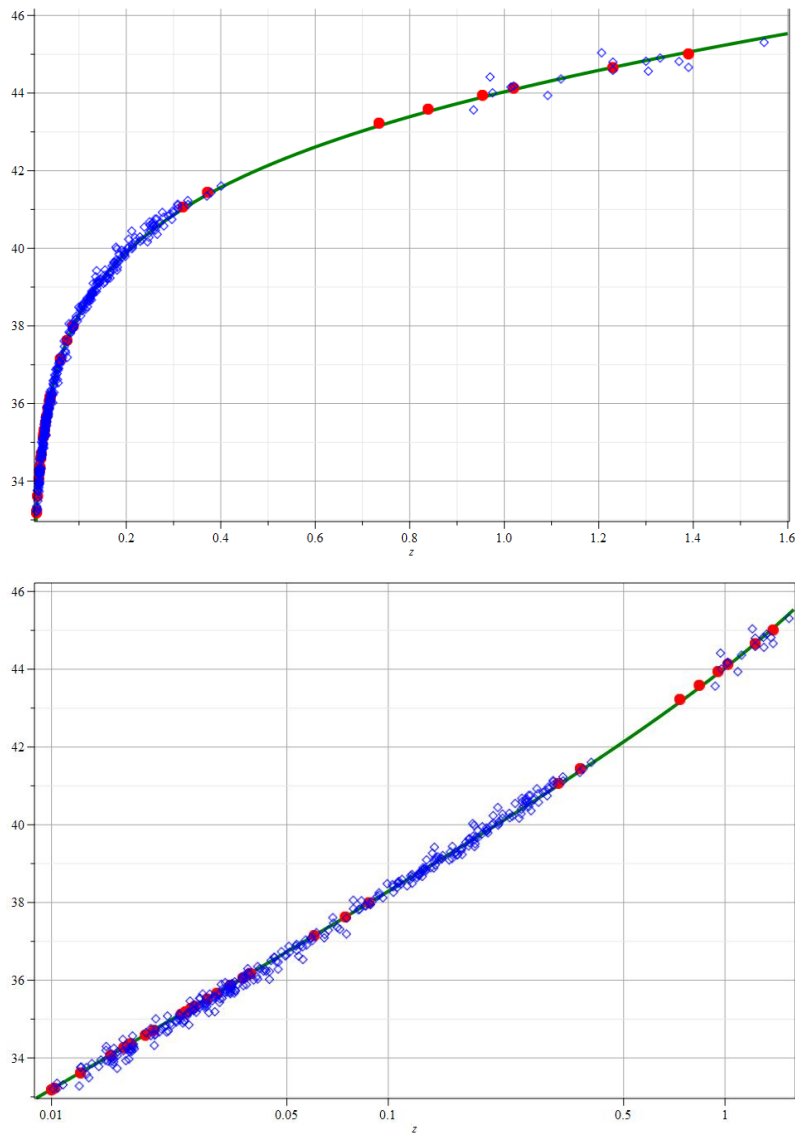


Рис. 3. Соотношение «модуль расстояния – красное смещение» для сверхновых типа Ia в обычной (верхний график) и логарифмической шкале (нижний график). Синие точки – 333 отборные (с малыми искажениями) данные из ряда компиляций, а красные точки – 33 «чистые» сверхновые вне или на границе галактик [10]. Зелёная линия – теоретическая кривая $\mu - z$ в КЗВ согласно (59) с $\alpha = 0.2$.

$$\mu = 5 \lg \left((1+z)^{1+\alpha z} \arcsin \left(\frac{z+z^2/2}{1+z+z^2/2} \right) \right) + A \quad (59)$$

На Рис. 3 приведено сравнение (59) с наблюдательными данными по сверхновым Типа 1a (в обычной и логарифмической шкале по оси z), где $H_0 = 0.69h$ взят из линейной части и $\alpha = 0.2$, что означает $(1+z_E)^2(1+z_g)^{-1}\sqrt{1+2q_0z_E} \simeq (1+z_D)^{1-0.2z}$.

Следует отметить, что это сравнение с наблюдениями является предварительным и в дальнейшем требуется уточнение его деталей, но даже на этой стадии теория в первом приближении согласуется с данными наблюдений без дополнительных гипотез. Вывод же о более быстром темпе времени в прошлом является прямым следствием ОТО для трёхмерного расширяющегося пространства и данных наблюдений, тогда как предположение о постоянстве темпа времени было искусственной гипотезой.

4. Ранняя вселенная и свойства реликтового фона

4.1. Ранняя вселенная

Рассмотрим основные изменения в космологии ранних эпох в рамках КЗВ. Пусть $a_{mr} = a(t_r)$ и $\rho_{mr} = \rho(t_r)$ соответствуют масштабному фактору и плотности при t_r , соответствующему концу радиационно-доминированной эпохи. Тензор энергии-импульса ультрарелятивистского вещества с плотностью ρ и давлением $p = \rho/3$:

$$\begin{aligned} T^{ik} &= \frac{dx^i}{ds} \frac{dx^k}{ds} (\rho + p) - p g^{ik} = \frac{4}{3} \rho \frac{dx^i}{ds} \frac{dx^k}{ds} - \frac{1}{3} \rho g^{ik}, \\ T^{00} &= \rho \frac{a^2}{a_0^2 f}, \quad T_0^0 = T^{00} g_{00} = \rho, \quad T_{00} = \rho g_{00} = \rho f \frac{a_0^2}{a^2} \end{aligned} \quad (60)$$

подставляем в условие сохранения энергии-импульса:

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^0} (T_0^0 \sqrt{-g}) - \frac{1}{2} \frac{\partial g_{kl}}{\partial x^0} T^{kl} = 0, \quad (61)$$

и получаем прежние соотношения ($\dot{a} = da/dt$) [6]:

$$\frac{1}{a^2} \frac{\partial}{\partial t} (\rho a^2) + 2\rho \frac{\dot{a}}{a} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial t} (\rho a^4) = 0, \quad \rho a^4 = \rho_{mr} a_{mr}^4. \quad (62)$$

Уравнение эволюции (31) тогда переходит в:

$$\frac{a^2}{a_0^2 f} \frac{\dot{a}^2}{c^2} + k = \frac{8\pi G \rho a^4}{3c^4} \frac{1}{a^2} = \frac{a_{mr}^2}{a^2}, \quad a_{mr}^2 = \frac{8\pi G \rho a^4}{3c^4}, \quad (63)$$

$$\dot{a}^2 = c^2 \frac{a_0^2 f}{a^2} \left(\frac{a_{mr}^2}{a^2} - k \right), \quad \dot{a} = \pm c \frac{a_0 \sqrt{f}}{a} \sqrt{\frac{a_{mr}^2}{a^2} - k}. \quad (64)$$

Сравнение с уравнением Фридмана для этого случая:

$$\left(\frac{da}{d\tau} \right)^2 = c^2 \left(\frac{a_{mr}^2}{a^2} - k \right), \quad \frac{da}{d\tau} = \pm c \sqrt{\frac{a_{mr}^2}{a^2} - k}, \quad (65)$$

показывает, что скорость расширения и здесь содержит фактор a_0 / a , ведущий к более быстрой скорости расширения в ранние эпохи в терминах времени нашей эпохи, а также $\sqrt{f}$, связанный с гравитационным замедлением.

Для собственного времени τ имеют место прежние выражения:

$$c\tau = \int_0^{a(\tau)} \frac{ada}{\sqrt{a_m a_0 - ka^2}} = \begin{cases} \sqrt{a_{mr}^2} \left(1 - \sqrt{1 - a^2 / a_{mr}^2}\right), & k = 1 \\ \frac{a^2}{2\sqrt{a_{mr}^2}}, & k = 0 \\ \sqrt{a_{mr}^2} \left(\sqrt{1 + a^2 / a_{mr}^2} - 1\right), & k = -1 \end{cases} \quad (66)$$

Для времени $t \leq t_r$ с соответствующим $a(t)$, уравнение эволюции (64) даёт:

$$ct = \frac{1}{a_0 \sqrt{f}} \int_0^{a(t)} \frac{a^2 da}{\sqrt{a_{mr}^2 - ka^2}} = \begin{cases} \frac{a_m}{2\sqrt{f}} \arcsin\left(\frac{a}{\sqrt{a_{mr}^2}}\right) - \frac{a}{2a_0 \sqrt{f}} \sqrt{a_{mr}^2 - a^2}, & k = 1, \\ \frac{a^3}{3\sqrt{a_{mr}^2} a_0 f}, & k = 0, \\ \frac{a}{2a_0 \sqrt{f}} \sqrt{a_{mr}^2 + a^2} - \frac{a_m}{2\sqrt{f}} \operatorname{arcsch}\left(\frac{a}{\sqrt{a_{mr}^2}}\right), & k = -1 \end{cases} \quad (67)$$

4.2. Новая трактовка свойств реликтового фона

Наблюдаемый реликтовый поток, возникший в очень ранней вселенной, позволяет изучать и более близкие эпохи, в частности, период рекомбинации, когда излучение оторвалось от вещества. Здесь отметим некоторые изменения в описании реликтового фона, которые следуют из основных отличий КЗВ от прежних моделей.

Более быстрый темп собственных времён в ранней вселенной объясняет ряд фактов, для которых в прежних трактовках приходилось выдвигать радикальные гипотезы. В частности, если масштабный фактор был в 10^3 раза меньше, то и скорость света, с учётом гравитационного замедления времени, была хотя бы на порядок быстрее в терминах нашего времени $\tilde{c} \sim 10c$, что объясняет однородность и изотропность реликтового фона намного более быстрым смешиванием потока фотонов, что практически снимает проблему горизонта. Более того, поскольку в очень ранней вселенной частицы вещества были ультрарелятивистскими, то и они тогда двигались хотя бы на порядок быстрее, чем фотоны в нашу эпоху, что и объясняет крупномасштабную однородность и изотропность всего вещества.

Отношение температуры реликтового излучения в более раннюю эпоху T_e к её наблюдаемой температуре T_r определяется отношением наблюдаемой длины волны λ_r к длине волны в ту эпоху λ_e . В фридмановской модели красное смещение приписывалось растяжению длин волн и поэтому отношение длин волн давалось отношением масштабных факторов a_0 / a , т.е. зависело от z_E , что давало для $T(a)$:

$$\frac{T_e}{T_r} = \frac{\lambda_r}{\lambda_e} = \frac{a_0}{a} = 1 + z_E, \quad \frac{dT}{T} = -\frac{da}{a}. \quad (68)$$

В КЗВ же все красные смещения излучения определяются эффектом Доплера и ГКС, в результате чего отношение температур теперь зависит от $v(a)$ и z_g :

$$\frac{T_e}{T_r} = \frac{\lambda_r}{\lambda_e} = 1 + z_{gD} = (1 + z_g) \sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}}. \quad (69)$$

В результате связь красных смещений z_{gD} с a теперь оказывается более сложным.

Но сам факт, что вместо z_E фигурирует z_{gD} , уже позволяет выявить ряд существенных изменений. В отличие от линейного растяжения длин волн, эффект Доплера и ГКС имеют квадратичную зависимость от расстояния, которая доминирует для сигналов именно из ранней вселенной, где они одного порядка. Это означает, что реликтовый фон практически полностью описывается этой частью эффекта.

При одном и том же a имеем $z_{gD} \gg z_E$ и поэтому ре-интерпретация наблюдаемого красного смещения как сочетания ГКС и доплеровского смещений $z_E \rightarrow z_{gD}$ без изменения его величины означает, что оно относится теперь к большему a и позднему времени t , чем считалось ранее. При $v \simeq c - \delta v$, $\delta v \ll c$ (69) принимает вид:

$$\frac{T_e}{T_r} = \frac{\lambda_r}{\lambda_e} \simeq z_g z_D \simeq z_g \sqrt{\frac{2c}{\delta v}} \simeq z_{gD} \simeq 1500. \quad (70)$$

так что неоднородности в эпоху рекомбинации, через которые проходил реликтовый поток, выглядели бы для нас сплюснутыми из-за релятивистского сокращения.

Для оценки порядка величин далее будем полагать $z_g \simeq z_D$ и соответственно $z_{gD} \simeq z_g z_D \simeq z_D^2$. Тогда (70) принимает вид:

$$\frac{T_e}{T_r} = \frac{\lambda_r}{\lambda_e} \simeq z_D^2 \simeq \frac{2c}{\delta v} \simeq 1500, \quad \frac{\delta v}{c} \simeq 0.0013. \quad (71)$$

Коэффициент радиального сжатия слоя, соответствующий скорости $v = c - \delta v \simeq 0.9987c$ тогда имеет порядок 20. Тем самым слои эпохи рекомбинации оказываются сжатыми из-за скорости удаления примерно в 20 раз и примерно настолько же из-за гравитационного сжатия и общий коэффициент имеет порядок 400.

И, наконец, ещё одно изменение связано с измерением характеристик реликтового фона в наше время, из которых определяется величина [11]:

$$\Omega_m h_0^3 \simeq 0.096. \quad (72)$$

Из этой величины, предполагая $\Omega_m \simeq 0.315$, затем фиксировалось значение $h \simeq 0.67$, что значительно отличалось от $h \simeq 0.73$, определяемого из красных смещений и видимых светимостей сверхновых типа Ia. В КЗВ же наоборот, красные смещения сверхновых фиксируют значение $h \simeq 0.70$ (или $h \simeq 0.73$), а Ω_m тогда можно определить из эмпирического соотношения по реликтовому фону (72), что даёт $\Omega_m \simeq 0.28$ (или $\Omega_m \simeq 0.25$). Эти более низкие значения подтверждаются и другими независимыми наблюдениями распределения галактик, которые дают $\Omega_m \simeq 0.26$. Таким образом, в КЗВ нет противоречия между данными по сверхновым и реликтовому фону, наоборот они лишь дополняют друг друга.

Заключение

Стандартная модель релятивистской космологии, даже с доминированием гипотетической тёмной энергии, приводит к удвоению красных смещений из-за необходимости учёта в ОТО как эффекта Доплера (из-за движения источника в системе покоя наблюдателя), так и растяжения длин волн фотонов в ходе распространения (из-за расширения пространства). Так как наблюдается лишь однократное красное смещение,

то имеет место проблема двойного красного смещения. Эта проблема означает катастрофическое расхождение теории с наблюдениями и несостоятельность прежних моделей релятивистской космологии.

Дело в том, что в моделях с фридмановской метрикой, к которым относится и стандартная модель космологии, даже в расширяющемся пространстве была сохранена гипотезе статической модели о постоянном темпе собственных времён в ходе эволюции вселенной. Однако, в релятивистских теориях геометрия пространства-времени переменная и обычно переменность геометрии пространства ведёт и к переменности темпа времени. Гипотеза же о постоянстве временной компоненты метрики является весьма сильным ограничением, сближающим такие модели с ньютоновской космологией, где это ограничение естественно.

Сформулированная в [6] модель КЗВ с замедляющимися локальными собственными временами, естественным образом решает проблему двойного красного смещения. В КЗВ в более ранние эпохи фотоны были испущены с фиолетовым смещением, которое компенсировалось в ходе их распространения красным смещением из-за растяжения. В результате при приёме длины волн содержат лишь вклад релятивистского эффекта Доплера.

Но там, где есть эффект Доплера, там есть и абберация, которая приводит к дополнительному потускнению источников из-за уменьшения числа фотонов в единице телесного угла. Поэтому КЗВ отличается от фридмановской также и учётом абберации.

Новое соотношение «модуль расстояния – красное смещение», следующее из КЗВ, согласуется с данными по сверхновым типа Ia. КЗВ приводит к ряду нетривиальных следствий для ранней вселенной и позволяет естественным образом решить космологические проблемы прежних моделей. Более сложная зависимость красных смещений от скорости и масштабного фактора позволяет согласовать величину H_0 из данных по реликтовому фону и сверхновым.

Приложение. Релятивистская абберация в космологии

Абберация - это изменение направления на источник света и его видимой светимости из-за его скорости относительно наблюдателя. Абберация светового потока ведёт к тому, что удаляющиеся источники будут казаться более тусклыми, чем покоившиеся относительно нас на таком же расстоянии. Но в фридмановской модели, в которой красные смещения приписывались растяжению, абберация игнорировалась по той же причине, что и доплеровское смещение.

В релятивистской кинематике эффект Доплера и абберация определяются одними и теми же факторами, а их отличие лишь в том, что первый эффект выражает изменения в частоте и длине волны фотона, а второй – в интенсивности и направлении потока фотонов. Поэтому наличие эффекта Доплера ведёт также и к абберации светового потока и поскольку в КЗВ имеет место эффект Доплера, то также должна быть и абберация [6].

Элемент телесного угла $d\varphi d(\cos\theta')$ в системе покоя источника связан с углом в системе покоя наблюдателя $d\varphi d(\cos\theta)$ преобразованием Лоренца для $\cos\theta'$:

$$d(\cos\theta) = \frac{1-v^2}{(1+v\cos\theta')^2} d(\cos\theta'). \quad (73)$$

Для потока от удаляющегося источника в статической системе, в которой покоится наблюдатель, $v\cos\theta' \simeq -v$ и наблюдаемый элемент телесного угла θ находим из:

$$d(\cos\theta) = \frac{1+v}{1-v} d(\cos\theta') = (1+z_D)^2 d(\cos\theta'), \quad (74)$$

где $(1+z_D)$ - фактор красного смещения для продольного эффекта Доплера.

Итак, изменение телесного угла зависит от фактора $(1+z_D)$, определяющего эффект Доплера и эти два эффекта будут давать вклад вместе – первый уменьшает

частоту фотонов, а второй – число фотонов в данном телесном угле. При увеличении телесного угла конуса потока число фотонов в конусе прежней величины уменьшится, и видимая светимость снизится. Это уменьшение плотности светового потока от удаляющихся объектов должно быть учтено в расширяющейся вселенной.

Отметим, что в расширяющемся пространстве телесные углы в световых потоках сохраняются. Однако, в нашей системе покоя эффект Доплера имеет место уже при испускании потока фотонов, и поэтому изначально будет и абберация, т.е. искажение телесного угла потока. Далее этот поток распространяется в расширяющемся пространстве уже без изменения телесного угла.

Видимая светимость является обратно пропорциональным телесному углу начального потока и определяется как $l = L / 4\pi d_p^2$, где d_p - фотометрическое расстояние, а L - абсолютная светимость. Поэтому при учёте абберации видимые светимости удалённых объектов $\tilde{l}$ будут меньше l . Это ведёт к эффективному росту фотометрического расстояния $\tilde{d}_p$ по сравнению с d_p , в котором абберация не учтена:

$$\tilde{l} = \frac{l}{(1+z_D)^2} = \frac{L}{4\pi\tilde{d}_p^2}, \quad \tilde{d}_p = (1+z_D)d_p. \quad (75)$$

Подставив определение $d_p = (1+z_D)r_{k,\chi}$, где $r_{k,\chi}$ - радиус кривизны сферы, на которую растеклось излучение, для фотометрического расстояния с учётом абберации получаем:

$$\tilde{d}_p = (1+z_D)^2 r_{k,\chi}. \quad (76)$$

Литература

1. Толман Р. (1974) Относительность, термодинамика и космология. М.
2. Einstein A. (1917) *Sitz. Preuss. Akad. Wiss.*, 142.
3. Friedmann A. (1922). *Z. Phys.*, **10**, 377.
4. Зельдович Я. Б., Новиков И. Б. (1975) Строение и эволюция Вселенной. М.
5. Вайнберг С. (2013) Космология, УРСС, М.
6. Закир, З. (2020) *Квант. и грав. физ.*, **1:008-7160**.
7. Закир, З. (2021) *Квант. и грав. физ.*, **2:011-7528**.
8. Bondi H. (1947) *MNRAS*, **107**, 410.
9. Mattig W. (1957) *Astron. Nachr.*, **284**, 109.
10. Pruzhinskaya M.V. et al. (2020) arXiv:2006.09433 astro-ph; (2011) *Astron. Lett.*, **37**, 663.
11. Planck 2018 results. VI. *Cosmological parameters*. [arXiv:1807.06209](https://arxiv.org/abs/1807.06209).