

Гравитационная саморегуляризация квантовых полей на планковских масштабах

Захид Закир¹

Аннотация

Петлевые диаграммы с энергиями, близкими к энергии Планка, создают сильное внешнее гравитационное поле, которое замедляет темп локальных процессов для удалённых наблюдателей вплоть до их застывания. Поскольку планковская длина - это гравитационный радиус системы квантов, события этого и меньшего масштаба не могут произойти за конечное мировое время t и не вносят вклад в S -матрицу. Следовательно, гравитационное замедление времени, ведущее к сильному красному смещению собственных частот, ведёт к гравитационной саморегуляризации петлевых диаграмм. Петлевые поправки без гравитационных эффектов, обрезаемые на энергии Планка, дают верхние границы для поправок с гравитационными эффектами, и этот факт ведёт к простым правилам гравитационной регуляризации. Поправки с квантами калибровочных полей и гравитонов малы, и ряды теории возмущений сходятся. При до-планковских энергиях достаточно однопетлевых гравитонных вкладов, так как многопетлевые вклады подавлены большими степенями отношения «энергия/планковская энергия». Скалярное поле со степенными вкладами должно быть эффективным полем. Нелинейность полей усиливает гравитацию и ускоряет застывание, что подавляет высокоэнергетические вклады. Неперенормируемые модели конечны, но становятся состоятельными только если их петлевые поправки остаются малыми в масштабе Планка, что и имеет место в квантовой гравитации. Гравитационно-регуляризованная Расширенная Стандартная Модель (РСМ), включающая гравитоны и Стандартную Модель с эффективными скалярами, перенормируема и конечна, что упрощает её дальнейшее обобщение.

Keywords: Gravitational redshift; quantum fields; regularization; renormalization; quantum gravity

Содержание

1. Введение	2
2. Гравитационная саморегуляризация на планковских масштабах	3
2.1. Проблемы стандартной КТП на малых расстояниях и их решения	3
2.2. Инвариантная гравитационная регуляризация на планковских масштабах	4
2.3. Упрощённые правила гравитационной регуляризации	6
3. Гравитационно-регуляризованная СМ и квантовая гравитация	7
3.1. Верхние пределы петлевых поправок в КЭД	7
3.2. Верхние пределы петлевых поправок в СМ	9
3.3. Саморегуляризация квантовой гравитации	10
4. Расширенная СМ с гравитонами и перспективы обобщения	10
4.1. Конечность теорий квантованных полей и РСМ	10
4.2. Упрощение моделей объединения и перспективы составных моделей	11
5. Заключение	12
Литература	13

¹ *Центр теоретической физики и астрофизики, Ташкент Узбекистан, zzakir@qgph.uz ORCID*

1. Введение

Квантовая теория поля (КТП) в её стандартной формулировке [1,2] содержала ультрафиолетовые расходимости в петлевых диаграммах, что, по сути, делало теорию несостоятельной, и эта фундаментальная проблема оставалась нерешённой. Обычный эмпирический рецепт, заменяющий расходящиеся теоретические массы и заряды их наблюдаемыми значениями, позволял обойти проблему на практике, но не решал её.

Как и в классической электродинамике, расходимости возникают из-за идеализации точечных частиц. Однако общая теория относительности вводит фундаментальный нижний предел размера любой системы для внешних наблюдателей - её гравитационный радиус. Система частиц с размером около длины Планка $l_g = (G\hbar / c^3)^{1/2}$, или $l_g \approx 1.616 \times 10^{-35}$ м (G - гравитационная постоянная), создаёт внешнее гравитационное поле вокруг своего центра инерции. Масштаб l_g определяется тем, что здесь гравитационный радиус, пропорциональный энергии, равен квантово-механической длине волны, обратно пропорциональной энергии. Поскольку l_g - это гравитационный радиус объекта с энергией Планка $\Lambda_g = (\hbar c^5 / G)^{1/2}$, т.е. $\Lambda_g \approx 1.221 \times 10^{19}$ GeV, то это приводит к сильному растяжению локальных собственных времён частиц по отношению к времени удалённого наблюдателя (мировому) и гравитационному красному смещению их локальных частот вплоть до исчезновения вблизи l_g [3]. Однако эти строгие ограничения общей теории относительности не были соблюдены не только в стандартной КТП без гравитации, но и в прежних попытках включить гравитацию в физику частиц [4-11].

Как было недавно показано [12], в действительности проблема конечности петлевых поправок в КТП имеет простое и естественное решение при соблюдении вышеупомянутого общего релятивистского ограничения на физические события, налагаемого гравитационным замедлением времени [3, 12]. В данной статье, после краткого описания этого нового подхода, будут сформулированы простые правила гравитационной регуляризации и обсуждены некоторые её следствия для КТП, включая квантовую гравитацию.

Отметим, что ситуация с гравитацией в физике частиц оказывается аналогичной двухэтапной истории атомной физики. В последнем, на первом этапе, кулоновское поле вместе с квантовыми эффектами привело к основной структуре уровней энергии атомов. Только после этого, на втором этапе, были включены эффекты фотонов, квантованных (поперечных) компонент электромагнитного поля, которые давали лишь небольшие поправки к дискретным кулоновским уровням (лэмбовский сдвиг).

Однако в физике частиц, по историческим причинам, эти две стадии оказались переставленными и до сих пор учёт гравитации в основном сводился ко второй стадии - к учёту поперечных гравитонов. Однако первый этап, адекватный учёт (продольного) внешнего гравитационного поля (такого как поле Шварцшильда), не был пройден.

Основным результатом данного подхода является восстановление нормальной последовательности стадий, аналогичной случаю электромагнитного поля, и для гравитации в физике частиц. Первый этап, включение продольного гравитационного поля (шварцшильдовского или керровского) в качестве внешнего поля, приводит к естественной саморегуляризации всех полей из-за гравитационного застывания вблизи l_g . Второй этап - включение (поперечных) гравитонов - приводит к небольшим

поправкам. В результате Расширенная Стандартная Модель СМ (РСМ), содержащая Стандартную Модель (СМ) с эффективным скалярным полем и квантовой гравитацией, оказывается конечной и перенормируемой.

В разделе 2 статьи сформулированы правила гравитационной регуляризации КТП. В Разделе 3 метод применяется к РСМ, а в Разделе 4 обсуждаются дальнейшие перспективы РСМ и её обобщений.

2. Гравитационная саморегуляризация на планковских масштабах

2.1. Проблемы стандартной КТП на малых расстояниях и их решения

В стандартной КТП в плоском пространстве-времени петлевые диаграммы калибровочных полей, взаимодействующих с фермионами, растут с энергией обрезания Λ логарифмически $a \ln(\Lambda/m)$, где m - масса лёгкого фермиона. Коэффициенты a в случае полей СМ малы $a \ll 1$ и

$$a \ln \frac{\Lambda_g}{mc^2} < 1, \quad \frac{1}{a} > \ln \frac{\Lambda_g}{mc^2}. \quad (1)$$

т.е. поправки остаются малыми вплоть до энергии Планка Λ_g . Дальнейшая экстраполяция к более высоким энергиям обрезания $\Lambda > \Lambda_g$ затем привела к расходимостям.

При энергиях промежуточных состояний близких к Λ_g гравитация становится доминирующей, но она включалась в основном в виде гравитонов, квантов спина 2. Оценки показывают, что вклад гравитонов в диаграммы с L -петлями возрастает с ростом Λ как $\sim (\Lambda / \Lambda_g)^{2L+2}$, т.е. однопетлевые диаграммы растут как $\sim (\Lambda / \Lambda_g)^4$ и затем каждая дополнительная петля добавляет к степени роста двойку. Вклад гравитонов, таким образом, остаётся малым при $\Lambda < \Lambda_g$, но катастрофически расходится при $\Lambda \geq \Lambda_g$ (см. раздел 5.1).

Успех перенормированной КТП в физике частиц показал, что энергия обрезания Λ не может быть бесконечной и существует определённый физический механизм, делающий её конечной. Более того, только открытие такого механизма сделало бы КТП теорией состоятельной как с математической, так и с физической точек зрения. По этой причине было много попыток найти этот физический механизм.

Основным направлением поисков было включение гравитации вблизи l_g . Но попытки в этом направлении остались в виде полуколичественных оценок. Более того, в каждом случае указывались разные причины обрезания на планковском масштабе, в основном сводящиеся их к трудностям наблюдений [4-11]. Это было неубедительно, поскольку отсутствие вклада в наблюдаемые от меньших расстояний $l \leq l_g$ и более высоких энергий обрезания $\Lambda \geq \Lambda_g$ не было доказано.

В результате ведущим стал альтернативный путь поиска, основанный на изобретении новых радикальных гипотез, предполагая богатую физику при $l \leq l_g$. Однако эти чисто математические подходы не имели экспериментальной основы и привели к множеству новых проблем, снова требующих новых гипотез.

Таким образом, с одной стороны, многочисленные попытки исключить две группы ультрафиолетовых расходимостей при $\Lambda \geq \Lambda_g$, логарифмических для

калибровочных полей и степенных для гравитонов, не увенчались успехом. С другой стороны, практически не учитывались эффекты внешнего гравитационного поля квантов вблизи Λ_g . Как было показано в [12], эти две ситуации тесно связаны, и устранение второй слабости за счёт адекватного учёта эффектов гравитации как внешнего поля, генерируемого энергией квантов в петлях, решает первую проблему, естественным образом исключая расходимости. Ниже кратко опишем этот подход, а затем рассмотрим его следствия для физики частиц.

Функция действия КТП с лагранжианом поля материи L_m должна также содержать лагранжиан L_g гравитационного поля, порождённого тензором энергии-импульса этой материи $T_{\mu\nu}$. Это гравитационное поле описывается в общей теории относительности нетривиальной (т.е. порождаемой $T_{\mu\nu}$) частью метрики $g_{\mu\nu}$ в асимптотически плоском пространстве-времени с мировым временем t . Вариация функции действия $\delta S / \delta g_{0\mu} = 0$ даёт четыре уравнения Эйнштейна, которые не содержат вторых производных по времени от $g_{0\mu}$ и, следовательно, представляют собой связи [11]. В результате $g_{0\mu}$ остаются классическими, а их нетривиальная часть описывает ту часть гравитации, которая является внешним полем.

В статической системе отсчёта, где покоится центр инерции источника, g_{00} , представляющая внешнее гравитационное поле, приводит к гравитационному замедлению времени $\Delta\tau = g_{00}^{1/2} \Delta t$. Для поля Шварцшильда, создаваемого источником с энергией E , оно связано с радиальной (продольной) составляющей поля как $g_{00} = -g_{11}^{-1} = 1 - r_g / r$, где $r_g = 2GE / c^4$ - гравитационный радиус.

Поле гравитона $h_{\mu\nu}$, малое отклонение от поперечной части фоновой метрики $g_{\mu\nu}^{(T)}$, квантуется и, из-за нелинейности уравнений Эйнштейна, также генерирует внешнее гравитационное поле. Его вклад в $g_{\mu\nu}^{(T)}$ ещё более усиливает эффекты гравитационного замедления времени, которые затем приводят к саморегуляризации квантовой гравитации (см. раздел 5.1).

2.2. Инвариантная гравитационная регуляризация на планковских масштабах

В общей теории относительности существует три типа замедления времени: инерциальное, неинерциальное и гравитационное. Все они чисто релятивистские эффекты и у каждого из них есть свои специфические отличия. *Инерциальное замедление времени* является относительным и симметричным для двух стандартных часов, покоящихся в двух инерциальных системах отсчёта. *Неинерциальное замедление времени*, растяжение интервала собственного времени неинерциальных часов относительно интервала собственного времени инерциальных часов, является абсолютным и асимметричным для этих двух часов, как хорошо известно из парадокса часов (или близнецов). Также необратимым и абсолютным является замедление собственного времени двух часов, которые испытали разные ускорения - больше отстанет тот, который ускорялся сильнее и/или дольше. *Гравитационное замедление времени*, замедление собственного времени стандартных часов, покоящихся в гравитационном поле, по отношению к собственному времени также

покоящихся, но удалённых стандартных часов, аналогично неинерциальному замедлению и тоже является абсолютным и асимметричным для этих двух часов.

По этой причине при описании гравитационных эффектов вблизи l_g , особенно замедления локальных собственных времён квантов в терминах t , их следует рассматривать как необратимое и абсолютное замедление по отношению к мировому времени t , отмечающему глобальные гиперповерхности одновременности, на которых определяются амплитуды процессов.

В присутствии гравитации скалярное поле $\phi(t, \mathbf{x})$ и его частотные моды определены на гиперповерхностях $t = \text{const}$ и имеют вид:

$$\phi(t, \mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{p}} [a_{\mathbf{p}} f(\mathbf{p}, \mathbf{x}) e^{-i\omega t} + a_{-\mathbf{p}} f^*(\mathbf{p}, \mathbf{x}) e^{i\omega t}], \quad (2)$$

где $\omega = 2\pi\nu = (\mathbf{p}^2 + m^2)^{1/2}$ - частота в терминах t . В системе взаимодействующих квантов, особенно в петлевой диаграмме, полная энергия системы генерирует в каждый момент t внешнее гравитационное поле вокруг центра инерции системы, которое, через g_{00} , замедляет локальные собственные времена квантов τ относительно к t . Это приводит к гравитационному красному смещению частот $\nu = \nu_0 g_{00}^{1/2}$, что не является кажущимся эффектом, и частицы действительно создаются с более низкими частотами $\nu < \nu_0$, чем частоты ν_0 у удалённых наблюдателей. Поэтому ν_0 достигает максимального значения $\nu_{\max} < \nu_g$ вблизи l_g и быстро уменьшается из-за сильного гравитационного красного смещения. Здесь частота Планка ν_g определена как: $\nu_g = \Lambda_g / h$.

В двухчастичной системе гравитационное красное смещение собственных частот мало уже на расстояниях между частицами $\sim 3l_g$, а на больших расстояниях $r \geq 3l_g$ влияние гравитации слабое, и применима стандартная КТП.

В (2) вместо ν_0 появляется частота $\nu = \omega / 2\pi$ с сильным красным смещением и, следовательно, вклад в амплитуды процессов в интервале $l_g \leq r \leq 3l_g$ мал и составляет малую поправку к основному вкладу от области $3l_g \leq r \leq \infty$. Действительно, область локализации ультрарелятивистской частицы связана с её длиной волны как $r \simeq \lambda = c / \nu$. Однако гравитационный радиус двухчастичной системы (на однопетлевой диаграмме) равен $r_g \sim 2G \cdot 2h\nu / c^4$. Пренебрегая несферическими поправками, можем использовать простейший случай для оценок - метрику Шварцшильда, которая даёт для красного смещения частоты ($\bar{\nu}_g \equiv \nu_g / 2$):

$$\nu = \nu_0 \left(1 - \frac{r_g}{r}\right)^{1/2} \simeq \nu_0 \left(1 - \frac{2G}{c^2} \frac{2h\nu}{c^2} \frac{\nu}{c}\right)^{1/2} = \nu_0 \left(1 - \frac{\nu^2}{\bar{\nu}_g^2}\right)^{1/2} \quad (3)$$

Таким образом, локальная частота ν_0 и частота ν в терминах t связаны в виде:

$$\nu_0 \simeq \frac{\nu}{(1 - \nu^2 / \bar{\nu}_g^2)^{1/2}}, \quad \nu \simeq \frac{\nu_0}{(1 + \nu_0^2 / \bar{\nu}_g^2)^{1/2}}. \quad (4)$$

Как видим, даже при $\nu_0 \gg \bar{\nu}_g$ наблюдаемые частоты каждой из двух частиц на однопетлевой диаграмме остаются меньше половины планковской частоты $\nu < \bar{\nu}_g$, т.е. полная энергия двухчастичной системы стремится к планковской энергии, что выражает застывание квантовых флуктуаций вблизи l_g . По этой причине в петлевых диаграммах интегрирование по ν_0 в бесконечном интервале $(0, \infty)$ следует заменить, используя (4), интегрированием в конечном интервале $(0, \nu_g)$ с верхним пределом ν_g . Дифференциалы следует заменить, используя (4), как:

$$d(\nu_0^2) \simeq \frac{d(\nu^2)}{(1 - \nu^2 / \bar{\nu}_g^2)^2}, \quad d(\nu^2) \simeq \frac{d(\nu_0^2)}{(1 + \nu_0^2 / \bar{\nu}_g^2)^2}. \quad (5)$$

Во втором слагаемом (5) интегралы по ν_0 явно сходятся за счёт множителя ν_0^{-4} и при $\nu_0 \gg \bar{\nu}_g$ все ν в интегралах стремятся к постоянному значению $\nu \rightarrow \bar{\nu}_g$.

Фактически, гравитационная регуляризация ранее использовалась неявно как регуляризация Паули-Вилларса, когда пропагаторы частиц были заменены на:

$$\frac{1}{k^2 - m^2} \rightarrow \frac{1}{k^2 - m^2} - \frac{1}{k^2 - M^2} = \frac{1}{k^2 - m^2} \cdot \frac{1}{1 - k^2 / M^2}. \quad (6)$$

В однопетлевых диаграммах замена обоих пропагаторов, как в (6), вводит в интеграл множитель k^{-4} , что эквивалентно замене (5).

2.3. Упрощённые правила гравитационной регуляризации

Таким образом, гравитационное застывание всех процессов на расстоянии l_g и энергии Λ_g означает, что события в области $l \leq l_g$ или $\Lambda \geq \Lambda_g$ просто не происходят за конечное мировое время удалённых наблюдателей $t < \infty$ и, следовательно, они не вносят вклад в амплитуды или S -матрицу. Мы можем сформулировать последствия этого ограничения общей теории относительности для КТП как *первое правило* гравитационной регуляризации:

- 1) В КТП гравитационное застывание процессов при l_g, Λ_g приводит к гравитационной саморегуляризации петлевых диаграмм, а амплитуды включают вклады только расстояний $l > l_g$ и энергий $\Lambda < \Lambda_g$.

Наблюдаемые значения масс и зарядов являются суммой их затравочных значений и петлевых поправок, а небольшие неточности в определении петлевых поправок приводят лишь к небольшому изменению затравочных значений, которые итак неизвестны. Поэтому для доказательства конечности и малости петлевых поправок при такой регуляризации нет необходимости их точно вычислять, поскольку достаточно получить для них верхние пределы.

Гравитационное красное смещение частот квантов на петлевой диаграмме начинает уменьшаться при энергиях квантов в терминах t на расстояниях в несколько l_g , например, $3l_g$. Но уменьшение энергии квантов эффективно снижает величину этих поправок. Следовательно, если мы продолжим использовать

стандартную зависимость от энергии обрезания до $\Lambda \sim \Lambda_g$ без гравитационных эффектов, то абсолютные значения этих поправок в интервале $3l_g \geq r \geq l_g$ будут больше, чем их абсолютные значения с эффектами гравитации. В результате приходим ко *второму правилу*:

- 2) Обрезание при l_g или Λ_g стандартных петлевых поправок без эффектов гравитации даёт верхние пределы $(\Delta m_{\max}, \Delta e_{\max}^2)$ для поправок с эффектами гравитации.

Фактически разница между верхним пределом поправки на массу $\Delta m_{\max}$ и её истинным значением Δm (с учётом гравитационных эффектов) достаточно мала: $\delta m = \Delta m_{\max} - \Delta m \ll \Delta m_{\max}$. Эта разница добавляется к затравочной массе m_0 , делая её нижним пределом для затравочной массы $m_{0\min} = m_0 - \delta m$. Такая же ситуация и с затравочным зарядом e_0^2 : $\delta e^2 = \Delta e_{\max}^2 - \Delta e^2 \ll \Delta e_{\max}^2$ и $e_{0\min}^2 = e_0^2 - \Delta e_{\max}^2$. Таким образом, мы приходим к *третьему правилу*:

- 3) Физическая масса m и физический заряд e^2 представляют собой сумму нижних пределов для затравочных значений и верхних пределов для петлевых поправок $\Delta m_{\max}, \Delta e_{\max}^2$:

$$\begin{aligned} m &= m_0 + \Delta m = (m_0 - \delta m) + (\Delta m + \delta m) = m_{0\min} + \Delta m_{\max}, \\ e^2 &= e_0^2 + \Delta e^2 = (e_0^2 - \delta e^2) + (\Delta e^2 + \delta e^2) = e_{0\min}^2 + \Delta e_{\max}^2. \end{aligned} \quad (7)$$

В дальнейшем уточнения расчётов приведут только к перераспределению малых добавок между затравочными значениями и петлевыми поправками. Если вклад верхних пределов в общее значение петлевой поправки мал и достаточен для сходимости ряда теории возмущений, то дальнейшие уточнения (с более точным учётом гравитации) приведут только к уменьшению абсолютных значений поправок, что приведёт к ещё более быстрой сходимости ряда теории возмущений.

3. Гравитационно-регуляризованная СМ и квантовая гравитация.

3.1. Верхние пределы петлевых поправок в КЭД

В квантовой электродинамике (КЭД) исходный лагранжиан L_0 с затравочными полями и константами (индексами 0), зависящими от Λ [1,2]:

$$L_0(\Lambda) = \bar{\psi}_0(i\not{\partial} - m_0)\psi_0 - \frac{1}{4}(F_0^{ik})^2 - e_0\bar{\psi}_0\gamma_i\psi_0 A_0^i \quad (8)$$

приводит к петлевым диаграммам, дающим небольшие поправки к членам L_0 :

$$\begin{aligned} \delta L(\Lambda) &= \bar{\psi}_0(i\not{\partial} - \Delta m)\psi_0(Z_2^{-1} - 1) - \frac{1}{4}(F_0^{ik})^2(Z_3^{-1} - 1) \\ &\quad - e_0\bar{\psi}_0\gamma_i\psi_0 A_0^i(Z_1 - 1). \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь константы Z_1, Z_2, Z_3 и δm также зависят от Λ .

Для физического лагранжиана L , как суммы (8) и (9):

$$L(\Lambda) = L_0(\Lambda) + \delta L(\Lambda) = Z_2^{-1} \bar{\psi}_0 (i \not{\partial} - m_0 - \Delta m) \psi_0 - \frac{1}{4} Z_3^{-1} (F_0^{ik})^2 - Z_1 Z_2^{-1} Z_3^{1/2} e_0 (Z_2 \bar{\psi}_0 \gamma_i \psi_0 \cdot Z_3^{-1/2} A_0^i), \quad (10)$$

при инвариантной энергии обрезания $\Lambda = \Lambda_g$ мы приходим к гравитационно-регуляризованному лагранжиану $L(\Lambda_g)$. Подставив в (10) перенормированные поля и константы:

$$\psi = Z_2^{-1/2} \psi_0, \quad A^i = Z_3^{-1/2} A_0^i, \quad m = m_0 + \Delta m, \quad e = e_0 Z_1 Z_2^{-1} Z_3^{1/2} \quad (11)$$

и приравнявая m и e , при условии $\Lambda = \Lambda_g$, к их наблюдаемым значениям, приходим к гравитационно-регуляризованному физическому лагранжиану L :

$$L = \bar{\psi} (i \not{\partial} - m) \psi - \frac{1}{4} (F^{ik})^2 - e \bar{\psi} \gamma_i \psi A^i. \quad (12)$$

Константы Z_1, Z_2, Z_3 и δm , как показывают (10)-(12), связаны с определёнными типами диаграмм: Z_2 и Z_3 являются константами перенормировки пропагаторов электрона (S_c) и фотона (G_c) соответственно:

$$\begin{aligned} \langle \psi(x') \bar{\psi}(x) \rangle_0 &= Z_2^{-1} \langle \psi_0(x') \bar{\psi}_0(x) \rangle_0, \quad S_c = Z_2^{-1} S_c^{(0)}, \\ \langle A^i(x') A^k(x) \rangle_0 &= Z_3^{-1} \langle A_0^i(x') A_0^k(x) \rangle_0, \quad G_c = Z_3^{-1} G_c^{(0)}. \end{aligned} \quad (13)$$

Перенормированные пропагаторы при такой конечной регуляризации выражаются через собственные энергетические диаграммы. В импульсном представлении для фотона $\Pi(q^2)$ определяется как $\Pi_{ik}(q^2) = (q_i q_k - q^2 g_{ik}) \Pi(q^2)$, т.е. как поперечная часть поляризационного оператора. Поправка к массе электрона выделяется из собственной энергии $\Sigma(p)$, где $S_c^{-1} = (S_c^{(0)})^{-1} - \Sigma$,

$$\Sigma(p) = [\Delta m - (Z_2^{-1} - 1) + C(p)](p - m). \quad (14)$$

Тогда тождество Уорда $\partial \Sigma(p) / \partial p^i = -\Lambda_i(p, p)$, где $\Lambda_i(p, p')$ - вклад вершинной части, даёт $Z_1 = Z_2$. Подставив это в (11), можно определить физический заряд:

$$e = e_0 Z_1 Z_2^{-1} Z_3^{1/2} = e_0 Z_3^{1/2}.$$

В КЭД с электронами и фотонами наибольший вклад в константы перенормировки дают однопетлевые диаграммы с электронами в промежуточном состоянии. Константа связи $\alpha / 4\pi \simeq 0.00058$ даёт:

$$\ln \frac{\Lambda_g^2}{m_e^2} \simeq 103.056, \quad A_e = \frac{\alpha}{4\pi} \ln \frac{\Lambda_g^2}{m_e^2} \simeq 0.0598. \quad (15)$$

Поляризационный оператор $\Pi(q^2)$ (при $q^2 \rightarrow 0$) и Z_3 , константа перенормировки фотонного пропагатора имеют значения:

$$\Pi(0) \simeq \frac{4}{3} A_e \simeq 0.0797 \simeq 7.97\%, \quad Z_3 \simeq 1 - \Pi(0) = 0.9203. \quad (16)$$

Они дают для затравочной константы связи α_0 и поправки $\Delta(e^2)$:

$$\alpha = Z_3 \alpha_0, \quad \alpha_0 \simeq \frac{\alpha}{0.92} \simeq \frac{1}{126.07} \simeq 0.0079, \quad (17)$$

$$\Delta(e^2) = \Pi(0) e^2 = 0.0797 e^2. \quad (18)$$

Константы перенормировки Z_1 и равны Z_2 :

$$Z_1^{(1)} = Z_2^{(1)} \simeq (1 + A_e)^{-1} \simeq 0.9436. \quad (19)$$

Для электрона затравочная масса $m_{e(0)}$ равна около 0.85 от физической массы m_e , а разница между ними составляет около $0.15m_e$:

$$m_{e(0)} = m_e (1 + 3A_e^{(1)})^{-1} \simeq 0.8479 m_e = 0.4333 \text{ MeV}, \quad (20)$$

$$\Delta m_e = m_e - m_{e(0)} \simeq 0.1521 m_{e(0)} = 0.0777 \text{ MeV}. \quad (21)$$

Петлевые вклады высших порядков в КЭД также остаются малыми, и во всех случаях гравитационная регуляризация приводит к достаточно малым поправкам к наблюдаемым. Константы $Z_i^{(n)}$ для n -петлевых диаграмм вычисляются разными методами и результаты показывают, что в КЭД теория возмущений сходится.

3.2. Верхние пределы петлевых поправок в СМ

В СМ, основанной на группе симметрии $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ и спонтанном нарушении симметрии со скалярным конденсатом [2], петлевые диаграммы конечны при энергии регуляризации Λ_g . Для калибровочных полей они также малы из-за логарифмической зависимости от Λ_g и асимптотической свободы. В электрослабой теории и КХД петлевые поправки практически сводятся к модификации эффективных констант в логарифмических множителях (1). На обычных расстояниях их константы связи больше α , но уменьшаются на малых расстояниях и вблизи l_g становятся меньше α . В результате ряды теории возмущений сходятся.

В СМ проблемы возникают только в скалярном секторе, введённом для спонтанного нарушения симметрии. Петлевые интегралы для скалярного поля растут как Λ^n , $n > 1$, что приводит к конечным, но неприемлемо большим вкладам в наблюдаемые порядка Λ_g^n . Это означает, что, либо скалярная частица является составной и её поле эффективное, либо существует другой механизм генерации массы, изменяющий её нынешнюю форму в СМ.

Таким образом, СМ с гравитационной регуляризацией при Λ_g становится конечной и состоятельной, поскольку предсказанные значения наблюдаемых конечны и согласуются с наблюдениями, хотя и с последним замечанием об эффективной природе скалярного поля. Последнее является предсказанием гравитационной регуляризации относительно скалярного поля.

Треугольные диаграммы с фермионными пропагаторами и псевдовекторной вершиной образуют особый класс петлевых диаграмм, которые растут с энергией обрезания Λ линейно и по этой причине приводят к киральным аномалиям [2]. При

гравитационной регуляризации вклад таких диаграмм конечен, но порядка $\sim \Lambda_g$, поэтому такие большие вклады недопустимы.

По этой причине критерием состоятельности моделей физики частиц было и остаётся взаимное сокращение киральных аномалий в наборе диаграмм, описывающих наблюдаемые процессы. В СМ имеет место такое сокращение киральных аномалий, и этот факт был одним из основных критериев отбора как для кварковой модели, так и для моделей калибровочных полей [2]. Таким образом, гравитационная регуляризация при Λ_g делает ситуацию с киральными аномалиями в СМ методологически разумной, поскольку теория оперирует конечными, хотя и очень большими величинами, которые взаимно сокращаются.

В кварковой модели π -мезоны составные и образованы парой кварк-антикварк, т.е. поле пионов эффективное и теряет смысл на малых расстояниях. Следовательно, киральная аномалия, возникающая в этой феноменологической модели, не имеет отношения к ультрафиолетовым расходимостям.

3.3. Саморегуляризация квантовой гравитации

Регуляризация петлевых вкладов собственным внешним гравитационным полем через метрику g_{00} с обрезанием при Λ_g происходит также и для поля гравитонов, квантованных поперечных компонент поля, то есть в квантовой гравитации. Гравитационное замедление времени в системе частиц только возрастает из-за присутствия гравитонов как особого вида квантов.

Размерная константа связи в квантовой гравитации $G \sim 1/\Lambda_g^2$ приводит к степенным вкладам петлевых диаграмм с гравитонами $\sim (\Lambda/\Lambda_g)^{2L+2}$. Однако, в отличие от скалярного поля, эффективная безразмерная константа связи $(\Lambda/\Lambda_g)^2 < 1$ остаётся малой вплоть до Λ_g . Однопетлевые вклады порядка $(\Lambda/\Lambda_g)^4$ достаточно малы при $\Lambda < \Lambda_g$. Следовательно, можно пренебречь вкладом многопетлевых диаграмм, где любая дополнительная петля добавляет двойку к степени роста.

Таким образом, для петлевых вкладов квантовой гравитации теория возмущений остаётся справедливой при $\Lambda < \Lambda_g$, и квантовая гравитация оказывается не только конечной, но и позволяет применять теорию возмущений, которая, кроме того, сходится.

4. Расширенная СМ с гравитонами и перспективы обобщения.

4.1. Конечность теорий квантованных полей и РСМ

Таким образом, приспособление КТП к физическим требованиям ОТО приводит к её ультрафиолетовой конечности. Но что подтверждает этот ключевой факт и каковы его последствия?

Первое свидетельство конечности теорий известных полей - согласие с экспериментом СМ. Предсказания КЭД являются наиболее точными и хорошо проверенными. КХД и электрослабая теория также в основном согласуются с экспериментом. Малость перенормированных масс, зарядов и магнитных моментов кварков и лептонов также указывает на малость петлевых поправок и сходимость теории возмущений, что косвенно подтверждает гравитационную регуляризацию.

Но почему это подтверждает гравитационную регуляризацию, а не какую-то другую? Это связано с тем, что гравитационная регуляризация требуется гравитационным замедлением времени, экспериментально подтверждённым базовым эффектом общей теории относительности, и, следовательно, это необходимое условие, которое должно было соблюдаться изначально. Более того, это единственная регуляризация, которая естественным образом приводит к естественному конечному пределу $\Lambda \rightarrow \Lambda_g$ для энергии регуляризации.

Последствия конечности КТП разнообразны и нетривиальны. Отметим лишь некоторые из основных:

- 1) КТП становится конечной и состоятельной физической теорией;
- 2) достигается согласие между КТП и ОТО;
- 3) завершается длительный начальный этап формирования КТП, когда он содержал в своих основах внутренние противоречия;
- 4) нет необходимости искать и проверять весьма радикальные гипотезы, что значительно упрощает ситуацию в физике частиц;
- 5) при описании структуры вакуума полей физическая картина упрощается, поскольку гравитационное застывание исключает гипотезы о «горячем» вакууме вблизи планковских масштабов.

Квантовая гравитация становится последовательной и более простой, чем ожидалось, поскольку сводится к вкладам при $\Lambda < \Lambda_g$, где достаточно взять однопетлевые диаграммы с гравитонами, в то время как диаграммы более высокого порядка несущественны.

После гравитационной регуляризации и рассмотрения скалярного сектора как эффективного поля, СМ и квантовая гравитация становятся ультрафиолетово-конечными, а ряды теории возмущений сходятся. Следовательно, СМ и квантовая гравитация могут быть объединены в одну общую теорию, *Расширенную СМ* (PCM). При обозначении локальной группы симметрии поля гравитона как G полная группа симметрии полей PCM принимает вид $G \times SU(3) \times SU(2) \times U(1)$.

Конкретный вид группы G требует уточнения, поскольку её можно отделить от группы общих преобразований координат разными способами, результаты которых могут отличаться. Однако стандартная диаграммная техника и гравитационная регуляризация остаются применимыми и к полю гравитонов.

4.2. Упрощение моделей объединения и перспективы составных моделей

После первого успешного объединения в электрослабой теории попытки дальнейшего объединения полей СМ были естественными и останутся одним из основных направлений исследования в физике частиц. Гравитационная регуляризация ещё более упрощает эту ситуацию, поскольку теперь скалярные поля как эффективные не должны быть одним из объединяемых полей.

Кроме того, попытки объединить три калибровочных поля в одно основывались на гипотезе о том, что при энергиях порядка 10^{15} ГэВ заряды трёх известных калибровочных полей становятся равными. Фактически, при гравитационной регуляризации при Λ_g в асимптотике трёх зарядов их кривые пересекаются только попарно и в трёх разных точках, энергетические масштабы которых различаются на несколько порядков. Таким образом, в рамках СМ, Великое Объединение его взаимодействий либо исключается, либо требуются новые факты, которых пока нет.

Другим значительным упрощением ситуации в физике частиц является тот факт, что локальной КТП в 4-мерном пространстве-времени достаточно для решения большинства прежних проблем. Поэтому сейчас для решения этих задач нет необходимости прибегать к гипотезам о необычных фундаментальных объектах и/или о существовании дополнительных измерений пространства.

Особый класс моделей составляют модели, основанные на топологически нетривиальных конфигурациях полей. Некоторые из них при физически правильной постановке решаемых задач получают дальнейшее развитие, поскольку любой учёт нелинейных эффектов, особенно таких нетривиальных, повысит точность расчётов и может привести к открытию новых явлений.

Гравитационная регуляризация открывает новые перспективы для составных моделей. Во-первых, предсказывается составная природа скалярного бозона, причём на расстояниях, которые будут доступны для экспериментов в ближайшем будущем. В этой связи теоретические проблемы составных моделей становятся наиболее актуальными, а основные из них, вероятно, будут решены в ближайшее время.

Модели составных частиц останутся перспективной областью для дальнейшего развития физики частиц также с точки зрения объединения взаимодействий. Успех составных моделей уменьшил бы число первичных частиц, что упростило бы модели объединения и ограничило бы их версии. Хотя до сих пор нет прямых экспериментальных фактов о субструктуре кварков, лептонов и калибровочных бозонов, тем не менее есть указанные выше причины для составной природы скалярной частицы.

Таким образом, более серьёзное отношение к составным моделям и сосредоточение внимания на их проблемах приведёт к ситуации, естественной с точки зрения исторической традиции, когда прогресс физики частиц будет связан с уменьшением числа первичных частиц, упрощением их моделей и объединением их взаимодействий.

5. Заключение

Предыдущие попытки включения гравитации на планковском масштабе l_g сводились к вычислению вклада квантованной компоненты поля, то есть поперечных гравитонов, приводящих только к гравитационному аналогу лэмбовского сдвига. Даже при включении внешнего гравитационного поля не было чёткого понимания роли и последствий гравитационного замедления времени вплоть до застывания всех локальных процессов.

Согласно ОТО, вблизи l_g , гравитационного радиуса квантов с планковской энергией Λ_g , все процессы застывают в асимптотически плоском пространстве-времени с мировым временем t , где строится S -матрица. Застывание квантовых флуктуаций с экстремальным красным смещением частот вплоть до зануления вблизи l_g приводит к гравитационной саморегуляризации квантовых полей.

Нелинейность неабелевых калибровочных полей и квантовой гравитации усиливает гравитационные эффекты, что означает более быстрое застывание и на больших расстояниях, что ещё сильнее подавляет вклад высоких энергий. Обрезание интегралов петлевых диаграмм при инвариантной энергии Λ_g даёт верхние пределы для петлевых поправок, которые для калибровочных полей СМ и квантовой гравитации убывают с ростом числа петель. Это означает сходимость ряда теории возмущений при $\Lambda < \Lambda_g$. Этот вывод не меняется при дальнейшем уточнении расчётов, поскольку уточнение означает более раннее включение эффектов красного смещения, чем при Λ_g , что только ещё больше уменьшит вклад петель.

Таким образом, КТП, согласованная с общей теорией относительности, в частности с ограничениями из-за гравитационного замедления времени при l_g , становится ультрафиолетово-конечной. Неперенормируемые теории также ультрафиолетово-конечны и становятся состоятельными, если их петлевые поправки остаются малыми при обрезании их интегралов при Λ_g . Важнейший из таких случаев - квантовая гравитация.

Гипотеза о составной природе частиц СМ становится наиболее актуальной, поскольку скалярный бозон должен быть составным, а скалярное поле - эффективным. СМ с эффективным скалярным полем вместе с квантовой гравитацией, после гравитационной регуляризации, образуют РСМ, которая является ультрафиолетово-конечной и состоятельной.

Литература

1. Bjorken, J.D., Drell, S.D. Relat. Q. Mech; Relat. Quant. Fields, McG.-H. (1964-1965).
2. Itzykson, C. Zuber, J.-B. Quantum Field Theory, McG.-H. (1980).
3. Einstein A. J. Rad. u. Electr. 1907, 4, 411; Ann. d. Phys., 35, 898 (1911); 49, 769 (1916).
4. Rosenfeld, L. Z. Phys., 65, 589 (1930).
5. Bronstein, M. P. Phys. Z. d. Sowjet., 9, 140 (1936).
6. De Witt, B. Dynamical Theory of Groups and Fields. G.B. (1965).
7. 't Hooft, G. Nucl. Phys., B33, 173 (1971).
8. Markov, M. Sov. Phys. Uspekhi, 16, 587 (1974).
9. Fomin, P.I. Phys. Elem. Part. and At. Nucl., 7,3, 687 (1976);
Vilenkin, A.V., Fomin, P.I. Nuovo Cim., 45A, 1, 59 (1978).
10. Treder, H.-J. in „Relat., Quant. and Cosmol.“, p. 783, G.B.F (1979);
Borzeszkowski, von, H.-H., Treder, H.-J. Meaning of Q. Grav., D.R.P. (1988)..
11. Faddeev, L. D. Sov. Phys. Usp., 25, 130 (1982).
12. Zakir, Z. Quant. and Grav. Phys., 1:002-7128 (2020).