

Физически-состоятельные метрики с независимыми параметрами вместо стандартных метрик с нефизическими следствиями.

2. Вращающиеся источники

Захид Закир¹

Аннотация

Метрика Керра, внешняя метрика вращающегося тела, включает гравитационный радиус на экваторе, неявно зависящий от параметра вращения. Игнорирование этой зависимости из-за формально-математического подхода без понимания физических аспектов приводило в теории чёрных дыр к абсурдным нефизическим предсказаниям, в частности, что увеличение энергии вращения (из-за роста параметра вращения) ослабляет гравитацию, уменьшая гравитационный радиус на полюсе и эффекты гравитации (красные смещения, средние радиусы орбит и тени). Этот недостаток метрики Керра исправлен в новой форме этой метрики с независимым параметром - гравитационным радиусом на полюсе, определяемым массой вещества без энергии вращения. В новой метрике вклады энергий вещества и вращения имеют одинаковый знак и рост параметра вращения усиливает гравитацию, увеличивая величину её эффектов (гравитационный радиус на экваторе, красные смещения, средние радиусы орбит и теней). Новая форма метрики Керра описывает метрику вне фрозара с угловым моментом, объекта с застывшей структурой и с поверхностью над локальным гравитационным радиусом (минимальным на полюсе и максимальным на экваторе). Применение этого метода к метрике Керра-Ньюмана, включающей заряд, а также к метрике НУТ, дало новые формы этих метрик с независимыми параметрами. В теории фрозаров энергии частиц положительны везде, и она свободна от нефизических эффектов прежней теории чёрных дыр (горизонта, сингулярностей, эргосферы и извлечения энергии из неё, испарения). Термодинамика фрозаров следует из почти необратимого застывания, в результате которого, при аккреции и других процессах масса нейтрального вещества без энергии вращения растёт практически необратимо.

Ключевые слова: метрика Керра, метрика Керра-Ньюмана, метрика НУТ, фрозар, чёрная дыра, эффекты гравитации, красное смещение, тень, отклонение света, коллапс, термодинамика фрозаров

Содержание

1. Введение.....	2
2. Модифицированная форма метрики Керра для фрозара с угловым моментом	3
3. Некоторые наблюдаемые следствия: средние радиусы орбит.....	6
4. Модифицированная метрика Керра-Ньюмана для заряженного фрозара с угловым моментом	9
5. Термодинамика фрозаров	13
6. Заключение	14
Приложения.	14
А. Образование эллипсоидального фрозара при застывании поверхности вращающейся звезды... ..	14
Б. Модифицированная метрика NUT.....	16
Литература	16

¹ Центр теоретической физики и астрофизики, Ташкент Узбекистан, zzakir@qgph.uz ORCID

1. Введение

В первой статье [1] был сформулирован новый метод модификации стандартных метрик, когда они содержат два и более параметра, но один из них неявно зависит от других. Метод позволяет привести такие метрики к новой форме с независимыми параметрами. В [1] этот метод был применён к внешней метрике заряженного пылевого шара и к метрике Рейснера-Нордстрёма (РН), которые были преобразованы в *метрики с независимыми параметрами*. Зависимости от заряда эффектов гравитации в теории чёрных дыр, предсказанные на основе метрики РН, оказались ошибочными и обратными физически состоятельным предсказаниям, следующим из новых метрик для шара и фрозара с корректным учётом зависимости одного из прежних параметров от другого.

В данной второй статье будет произведена такая же модификация внешней метрики для источников с угловым моментом $J = Mac$ и будут получены модифицированные формы метрик Керра [2,3] и Керра-Ньюмана [4] с независимыми параметрами. Будет приведена такая же модифицированная форма метрики НУТ [5].

В отличие от сферического источника, при вращении рост энергии вращения от полюса к экватору ведёт к росту локального гравитационного радиуса, при котором зануляется временная компонента метрики и процессы застывают в терминах мирового времени t . Этот радиус минимален на полюсе и достигает максимума на экваторе (в теории черных дыр он интерпретировался как внешняя граница эргосферы).

Однако, стандартная форма метрики Керра [3,6,7] содержит гравитационный радиус на экваторе, который определяется полной массой на бесконечности, включающей в себя энергию вращения и поэтому зависящей от углового момента на единицу массы $a = J / mc$. В метрике Керра-Ньюмана полная масса зависит и от заряда Q . Такой зависимый характер одного из параметров была серьёзной проблемой, скрыто присутствующей в этих метриках, а игнорирование этой зависимости привело бы к нефизическим следствиям.

Это и действительно произошло в теории черных дыр, где такие нефизические следствия, из-за формально-математического подхода без понимания физических аспектов, всерьёз считались предсказаниями для физических эффектов. В частности, утверждалось, что с ростом a (а также Q) гравитация чёрной дыры слабеет, а эффекты гравитации, такие как красные смещения, радиусы орбит и тени, уменьшаются [6,7]. Получалось, что энергия покоя гравитирует, тогда как две другие формы энергии, вращения и электростатическая энергия, антигравитирует, что физически неприемлемо.

В настоящей статье указанная проблема метрик Керра и Керра-Ньюмана решается новым методом, описанным в [1], т.е. путём приведения их к модифицированной форме, когда в метрику входят только независимые параметры. В обоих случаях новая метрика содержит гравитационный радиус на полюсе r_{gp} , определяемый массой нейтрального и невращающегося вещества и поэтому не зависящий от a и Q .

В этих метриках с независимыми параметрами вклады энергий вещества, вращения и электрического поля имеют одинаковый знак и поэтому рост a и/или Q , добавляя энергии вращения и/или электрического поля, усиливает гравитацию и её эффекты, в частности, увеличивает красные смещения и средние радиусы орбит и теней. Тем самым, новая форма метрики ведёт к физически корректным зависимостям от параметров a и Q наблюдаемых эффектов гравитации.

Метрика для фрозара (объекта с гравитационно-застывшей структурой) [1,9,10] следует из новых метрик при стремлении радиуса поверхности объекта к локальному гравитационному радиусу, который минимален на полюсах и максимален на экваторе.

В теории фрозаров энергия частиц положительна и в теории нет нефизических эффектов прежней теории черных дыр (сингулярностей, горизонтов, испарения, эргосфера и извлечения из неё энергии). Термодинамика фрозаров следует из почти

необратимого роста массы нейтрального невращающегося вещества из-за практически необратимого гравитационного застывания падающего на фрозар вещества и излучения.

В разделах 2 и 4 приведена модифицированная форма метрик Керра и Керра-Ньюмана, разделе 3 приведены результаты для характерных радиусов. В разделе 5 сформулирована термодинамика фрозаров. В Приложениях даны доказательства застывания поверхности фрозара и модификация метрики НУТ.

2. Модифицированная форма метрики Керра для фрозара с угловым моментом

Пространственно-временной интервал вне вращающегося источника в терминах мирового времени t может быть приведён к виду:

$$ds^2 = g_{00}c^2dt^2 + g_{11}dr^2 + g_{22}d\theta^2 + g_{33}d\varphi^2 + 2g_{03}cdtd\varphi, \quad (1)$$

где компоненты метрики зависят только r и θ . Введём обозначения:

$$\rho^2 = r^2 + a^2 \cos^2 \theta, \quad \Delta(r) = r^2 - r_{gE}r + a^2, \quad (2)$$

где r_{gE} - гравитационный радиус на экваторе, при котором зануляется g_{00} (Рис. 1-2):

$$g_{00}(r_{gE}, \pi/2) = 0. \quad (3)$$

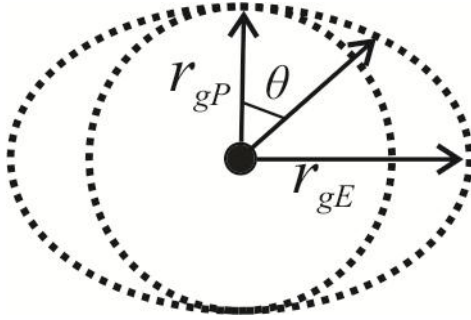


Рис. 1. Гравитационное поле нейтрального точечного источника (чёрной дыры) с угловым моментом.

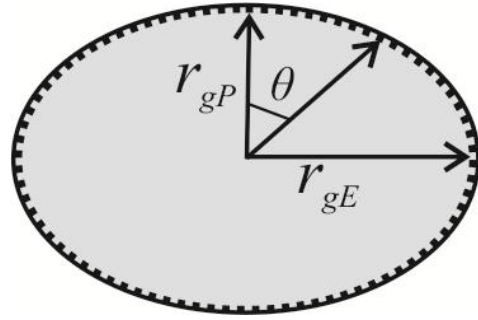


Рис. 2. Поверхность нейтрального фрозара с угловым моментом застынет на гравитационном радиусе, образуя сплюснутый эллипсоид.

Тогда линейный элемент со стандартной формой θ метрики Керра [2] в координатах Бойера-Линдквиста [3]) имеет вид (см. [6,7]):

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_{gE}r}{\rho^2}\right)c^2dt^2 - \frac{\rho^2}{\Delta}dr^2 - \rho^2d\theta^2 - \left(r^2 + a^2 + \frac{r_{gE}ra^2}{\rho^2}\sin^2\theta\right)\sin^2\theta d\varphi^2 + \frac{2r_{gE}rac}{\rho^2}\sin^2\theta d\varphi dt. \quad (4)$$

На экваториальной плоскости ($\theta = \pi/2$, $\rho^2 = r^2$) линейный элемент (4) имеет вид:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_{gE}}{r}\right)c^2dt^2 - \frac{r^2}{\Delta}dr^2 - \left(r^2 + a^2 + \frac{r_{gE}a^2}{r}\right)d\varphi^2 + \frac{2r_{gE}ac}{r}d\varphi dt, \quad (5)$$

где явно видно, что условие (3), определяющее физический смысл r_{gE} , выполняется.

На полюсе ($\theta = 0$, $\rho^2 = r^2 + a^2$) линейный элемент (4) переходит в:

$$ds^2 = \frac{\Delta}{r^2 + a^2} c^2 dt^2 - \frac{r^2 + a^2}{\Delta} dr^2. \quad (6)$$

Гравитационный радиус на полюсе r_{gP} следует из условия:

$$g_{00}(r_{gP}, 0) = \frac{\Delta(r_{gP})}{r_{gP}^2 + a^2} = 0, \quad \Delta(r_{gP}) = r_{gP}^2 - r_{gE} r_{gP} + a^2 = 0. \quad (7)$$

Разделив на r_{gP} выражение для Δ_P , можем выразить r_{gE} через r_{gP} :

$$r_{gE} = r_{gP} + \frac{a^2}{r_{gP}}. \quad (8)$$

Из (8) ясно видно, что r_{gE} , вдобавок к r_{gP} , включает вклад энергии вращения, пропорциональной a^2 , и $r_{gE} \rightarrow r_{gP}$ при $a \rightarrow 0$. Таким образом, r_{gE} растёт с a квадратично, тогда как r_{gP} не зависит от a (при пренебрежении слабой косвенной зависимостью). Поэтому модификация метрики Керра (4) сводится к замене зависимого параметра $r_{gE}(a)$ на независимый параметр r_{gP} с использованием соотношения (8),

При этом для Δ , вместо (2) с r_{gE} , теперь получаем другое выражение через r_{gP} :

$$\Delta = r^2 - \left(r_{gP} + \frac{a^2}{r_{gP}} \right) r + a^2 = r^2 \left(1 - \frac{r_{gP}}{r} \right) \left(1 - \frac{a^2}{r_{gP} r} \right), \quad (9)$$

и линейный элемент на полюсе (6) принимает вид:

$$ds^2 = \frac{r^2}{\bar{\rho}^2} \left(1 - \frac{r_{gP}}{r} \right) \left(1 - \frac{a^2}{r_{gP} r} \right) c^2 dt^2 - \frac{\bar{\rho}^2}{r^2} \left(1 - \frac{r_{gP}}{r} \right)^{-1} \left(1 - \frac{a^2}{r_{gP} r} \right)^{-1} dr^2. \quad (10)$$

Здесь $\bar{\rho}^2 = r^2 + a^2$ и роль r_{gP} как гравитационного радиуса явно выражена.

При подстановке (8) в (5) на экваториальной плоскости имеем:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_{gP}}{r} - \frac{a^2}{r_{gP} r} \right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{r_{gP}}{r} \right)^{-1} \left(1 - \frac{a^2}{r_{gP} r} \right)^{-1} dr^2 - \left(r^2 + a^2 + \frac{a^2 r_{gP}}{r} + \frac{a^4}{r_{gP} r} \right) d\varphi^2 + \frac{2ac}{r} \left(r_{gP} + \frac{a^2}{r_{gP}} \right) d\varphi dt, \quad (11)$$

В отличие от (5), здесь явно видно, что рост a приводит к уменьшению g_{00} , а значит и к усилению гравитации источника.

В стандартной форме метрики Керра (4) вклады в g_{00} , явно зависящие от a , на больших расстояниях спадают как $1/r^2$ и поэтому пренебрежение ими по сравнению с

членами порядка $1/r$ даёт $g_{00}(r, \theta) \rightarrow 1 - r_{gE}/r$, т.е. g_{00} в асимптотике переходит в шварцшильдову метрику с полной массой источника $\bar{M}(a)$:

$$r_{gE} = 2G\bar{M}(a)/c^2. \quad (12)$$

Энергия вращения также даёт вклад в полную массу $\bar{M}(a)$ и по этой причине $\bar{M}(a)$ зависит от a . Введя массу M , связанную с r_{gP} и учитывая (8) находим:

$$r_{gP} = \frac{2GM}{c^2}, \quad \bar{M}(a) = M + \frac{c^4 a^2}{4G^2 M}. \quad (13)$$

Здесь видно, что M есть масса источника без вклада энергии вращения, так как $\bar{M}(a) \rightarrow M$ при $a \rightarrow 0$.

Итак, стандартная форма метрики Керра (4) имеет тот недостаток, что один из двух входящих в неё параметров, r_{gE} , в действительности зависит от второго, a , в виде (8). Как видно из вида метрики на полюсе и экваторе, для исключения этого недостатка метрики Керра достаточно r_{gE} выразить через r_{gP} согласно (8). Сделав эту замену в общем случае (4), получаем модифицированную форму метрики Керра:

$$ds^2 = \frac{r^2}{\rho^2} \left[1 - \frac{r_{gP}}{r} - \frac{a^2}{r_{gP}r} \left(1 - \frac{r_{gP}}{r} \cos^2 \theta \right) \right] c^2 dt^2 - \frac{\rho^2}{\Delta} dr^2 - \rho^2 d\theta^2 - \left[r^2 + a^2 + \frac{ra^2}{\rho^2} \left(r_{gP} + \frac{a^2}{r_{gP}} \right) \sin^2 \theta \right] \sin^2 \theta d\varphi^2 + \frac{2rac}{\rho^2} \left(r_{gP} + \frac{a^2}{r_{gP}} \right) \sin^2 \theta d\varphi dt \quad (14)$$

где вид Δ приведён в (9). Эта метрика содержит два независимых параметра a и r_{gP} .

Гравитационный радиус $r_{g\theta}$, при котором зануляется $g_{00}(r, \theta)$, выражается через независимые параметры в виде:

$$r_{g\theta} = \frac{1}{2} \left(r_{gP} + \frac{a^2}{r_{gP}} \right) + \sqrt{\frac{1}{4} \left(r_{gP} + \frac{a^2}{r_{gP}} \right)^2 - a^2 \cos^2 \theta}. \quad (15)$$

На полюсе это даёт r_{gP} , на экваторе r_{gE} , а в целом описывает поверхность фрозара как сплюснутого эллипсоида вращения с точностью до малой поправки (Приложение А). Площадь поверхности поэтому равна:

$$S = 2\pi r_{gE}^2 + \pi \frac{r_{gP}^2}{e} \ln \frac{1+e}{1-e}, \quad e^2 = 1 - \frac{r_{gP}^2}{r_{gE}^2}, \quad (16)$$

где e - эксцентриситет. В терминах независимого параметра r_{gP} имеем:

$$S = 2\pi r_{gP}^2 \left(1 + \frac{a^2}{r_{gP}^2} \right) \left[1 + \frac{a^2}{r_{gP}^2} + \frac{r_{gP}/2a}{\sqrt{2 + a^2/r_{gP}^2}} \ln B \right], \quad (17)$$

$$B = \frac{1+e}{1-e} = 1 + \frac{2a^2}{r_{gP}^2} \left(2 + \frac{a^2}{r_{gP}^2} \right) + \frac{2a}{r_{gP}} \left(1 + \frac{a^2}{r_{gP}^2} \right) \sqrt{2 + \frac{a^2}{r_{gP}^2}}.$$

При $r > r_{gP}$ метрика (14) не имеет особенностей и в ней явно видно, что увеличение a уменьшает g_{00} , а значит усиливает гравитационное поле за счёт вклада энергии вращения. В результате, красные смещения, средние радиусы орбит и теней, в поле вращающегося источника возрастают с ростом a . Соответствующие формулы и графики приведены в следующем разделе.

Однако, в теории чёрных дыр при изучении зависимости наблюдаемых эффектов от изменения a параметр r_{gE} полагался *постоянным*, что приводило к нефизическому следствию, что рост a , т.е. добавление положительной энергии вращения, ослабляет гравитацию источника и поэтому уменьшает наблюдаемые эффекты гравитации [6,7].

3. Некоторые наблюдаемые следствия: средние радиусы орбит

В стандартной метрике Керра (4) с зависимым от a параметром r_{gE} уравнения движения, интегралы движения и выражения для радиусов характерных орбит и тени хорошо известны [6,7]. Для получения аналогичных выражений для модифицированной метрики Керра для фрозара (14), включающей независимый от a параметр r_{gP} , в выражениях для характерных радиусов достаточно сделать замену (8). Поэтому приведём лишь результаты такой замены и графики получившихся зависимостей от a .

Введя обозначение $a_* \equiv a / r_{gP}$, выражение (8) для r_{gE} запишем в виде:

$$r_{gE} = r_{gP} (1 + a_*^2). \quad (18)$$

Этот гравитационный радиус на экваторе растёт как a^2 (Рис. 3-8), тогда как в теории чёрных дыр он считался постоянным.

В метрике фрозара с угловым моментом (14) радиусы фотонной орбиты $r_{ph\pm}$ в двух направлениях вращения на орбите, а также среднее этих радиусов r_{ph0} (где исключено влияние эффекта увлечения) равны (Рис. 3):

$$r_{ph\mp} = r_{gP} (1 + a_*^2) \left\{ 1 + \cos \left[\frac{2}{3} \arccos \left(\mp \frac{2a_*}{1 + a_*^2} \right) \right] \right\}, \quad (19)$$

$$r_{ph0} = \frac{1}{2} (r_{ph+} + r_{ph-}).$$

При $a = r_{gP} / 2$, $a_* = 1 / 2$ для верхнего знака (ко-вращение) имеем $r_{ph-} \simeq 1.13 r_{gP}$, для нижнего знака (контр-вращение) $r_{ph+} \simeq 2.39 r_{gP}$, а среднее их равно $r_{ph0} \simeq 1.76 r_{gP}$. Они больше, чем в теории чёрных дыр (Рис. 4): $r_{ph-} \simeq 0.5 r_{gP}$, $r_{ph+} \simeq 2 r_{gP}$ и $r_{ph0} \simeq 1.25 r_{gP}$.

Предельные радиусы орбиты связанного состояния $r_{mb\pm}$ и r_{mb0} равны (Рис. 5):

$$r_{mb\mp} = r_{gP} (1 + a_*^2) \left(1 \mp \frac{2a_*}{1 + a_*^2} + \sqrt{1 \mp \frac{2a_*}{1 + a_*^2}} \right), \quad r_{mb0} = \frac{1}{2} (r_{mb-} + r_{mb+}). \quad (20)$$

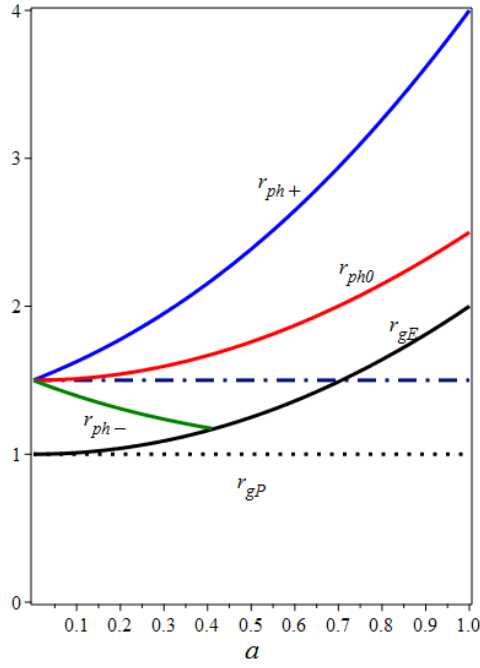


Рис. 3. Радиусы фотонных орбит в двух направлениях вращения $r_{ph\pm}$ и их среднее r_{ph0} для фрозара в новой форме метрики Керра.

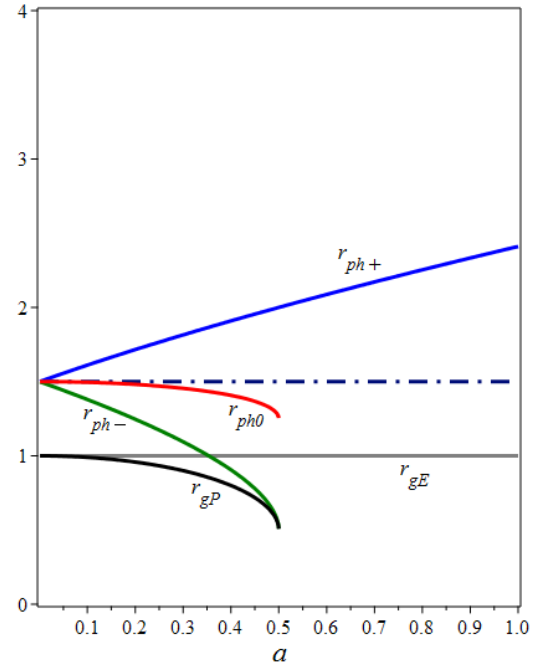


Рис. 4. Радиусы фотонных орбит в двух направлениях вращения $r_{ph\pm}$ и их среднее r_{ph0} в стандартной метрике Керра для чёрной дыры.

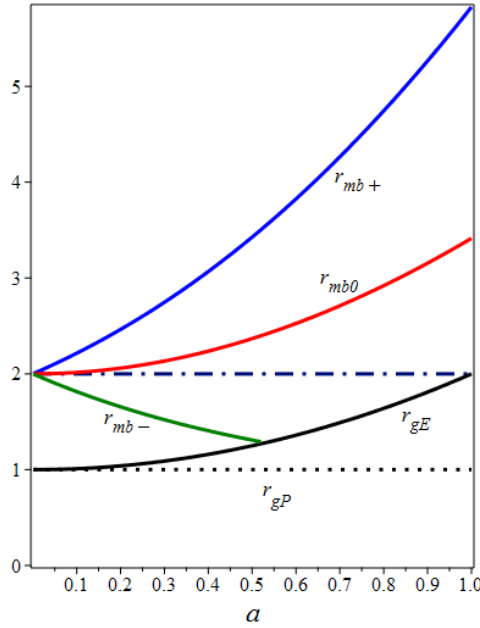


Рис. 5. Предельные радиусы орбиты связанного состояния в двух направлениях вращения на орбите $r_{mb\pm}$ и их среднее r_{mb0} для фрозара в новой форме метрики Керра.

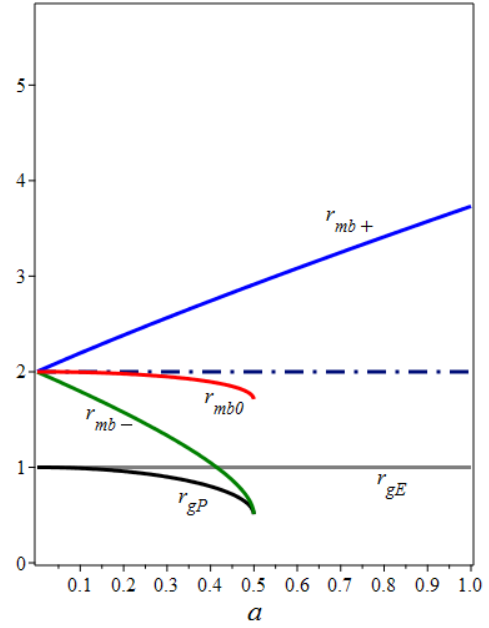


Рис. 6. Предельные радиусы орбиты связанного состояния $r_{mb\pm}$ и их среднее r_{mb0} в стандартной метрике Керра для чёрной дыры.

При $a = r_{gP} / 2$, $a_* = 1/2$ в случае ко-вращения $r_{ph-} = r_{gP}(3 + \sqrt{5})/4 \approx 1.31r_{gP}$, а при контр-вращении $r_{ph+} = r_{gP}(7 + 3\sqrt{5})/4 \approx 3.43r_{gP}$, и $r_{mb0} = 2.37r_{gP}$. Эти значения больше прежних предсказаний: $r_{ph-} \approx 0.5r_{gP}$, $r_{ph+} \approx 2.91r_{gP}$ и $r_{mb0} = 1.71r_{gP}$ (Рис. 6).

Радиусы $r_{ISCO\pm}$, r_{ISCO0} низшей стабильной орбиты частиц находим из (Рис. 7):

$$r_{ISCO\mp} = r_{gP}(1 + a_*^2) \left\{ \frac{3}{2} + Z_2 \mp \left[\left(\frac{3}{2} - Z_1 \right) \left(\frac{3}{2} + Z_1 + 2Z_2 \right) \right]^{1/2} \right\}, \quad (21)$$

$$r_{ISCO0} = \frac{1}{2}(r_{ISCO-} + r_{ISCO+}),$$

$$Z_1 = \frac{1}{2} \{ 1 + (1 - b^2)^{1/3} [(1 + b)^{1/3} + (1 - b)^{1/3}] \},$$

$$Z_2 = (Z_1^2 + 3b^2/4)^{1/2}, \quad b = \frac{2a_*}{1 + a_*^2} \quad (22)$$

При $a = r_{gP} / 2$, $a_* = 1/2$ имеем $r_{ISCO-} \approx 2.25r_{gP}$ (ко-вращение), $r_{ISCO+} \approx 5.99r_{gP}$ (контр-вращение) и их среднее $r_{ISCO0} \approx 4.12r_{gP}$. Эти значения больше, чем в теории чёрных дыр (Рис. 8): $r_{ISCO-} \approx 0.5r_{gP}$, $r_{ISCO+} \approx 4.5r_{gP}$ и $r_{ISCO0} \approx 2.5r_{gP}$.

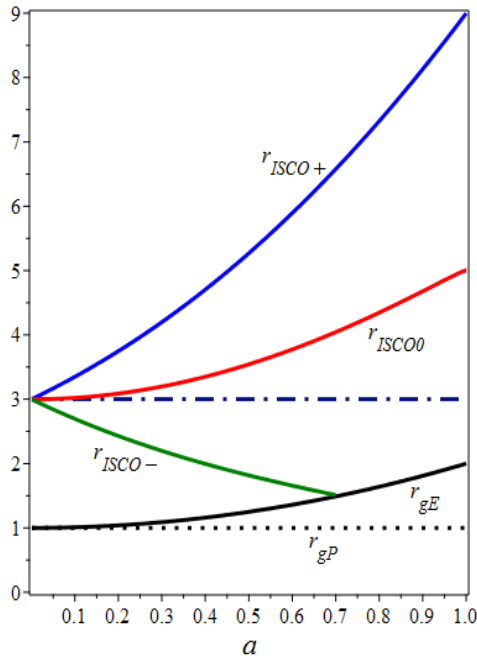


Рис. 7. Радиусы низших стабильных орбит частиц в двух направлениях движения $r_{ISCO\pm}$ и их среднее r_{ISCO0} для фрозара в новой форме метрики Керра.

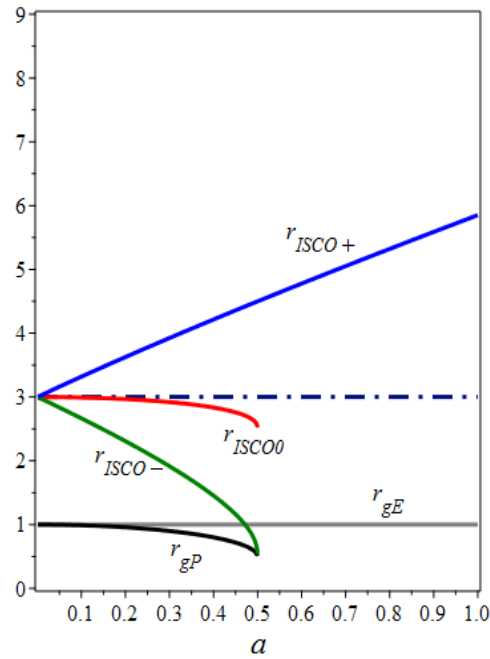


Рис. 8. Радиусы низших стабильных орбит частиц $r_{ISCO\pm}$ и их среднее r_{ISCO0} в стандартной метрике Керра для чёрной дыры.

Итак, при росте a гравитационный радиус на полюсе практически не меняется: $r_{gp} = const$, а из выражений (8), (19)-(22) следует, что r_{gE} и средние радиусы r_{ph0} , r_{mb0} и r_{ISCO0} растут с ростом a , что показывают соответствующие графики на Рис. 3,5,7. Очевидно, что с ростом a возрастает и средний размер тени на экваторе.

Предсказания для в рамках теории чёрных дыр [6,7] приведены на Рис. 4,6,8. Эти предсказания делались при ошибочном предположении, что при росте a величина r_{gE} остаётся постоянной: $r_{gE} = const$. В результате делались выводы о том, что рост углового момента источника уменьшает гравитационный радиус на полюсе r_{gp} и средние радиусы орбит частиц, а также уменьшает и средний размер тени на экваторе. Как было показано, модификация метрики Керра для фрозара с корректной зависимостью $r_{gE}(a)$ исключает такие ошибочные предсказания теории чёрных дыр.

4. Модифицированная метрика Керра-Ньюмана для заряженного фрозара с угловым моментом

Для точечного источника, образовавшегося из звезды с угловым моментом $J = Mac$ и зарядом Q (Рис. 9), стандартная метрика Керра-Ньюмана [4] следует из стандартной метрики Керра (4) при замене $r_{gE}r \rightarrow \bar{r}_{gE}r - Q^2$. При определении метрики в точке r из полной массы на бесконечности M , включающей в себя всю энергию электрического поля, вычитается гравитационно-неактивная часть этой энергии вне сферы радиуса r (см. [1]). Линейный элемент тогда принимает вид [4] (см. [7]):

$$ds^2 = \left(1 - \frac{\bar{r}_{gE}r - Q^2}{\rho^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{\rho^2}{\Delta_Q} dr^2 - \rho^2 d\theta^2 + \frac{2ac(\bar{r}_{gE}r - Q^2)}{\rho^2} \sin^2 \theta d\varphi dt - \left(r^2 + a^2 + \frac{a^2(\bar{r}_{gE}r - Q^2)}{\rho^2} \sin^2 \theta\right) \sin^2 \theta d\varphi^2 \quad (23)$$

где $\bar{r}_{gE}$ - гравитационный радиус заряженного источника на экваторе и:

$$\Delta_Q(r) = r^2 - \bar{r}_{gE}r + a^2 + Q^2. \quad (24)$$

На экваторе, где $\theta = \pi/2$, $\rho^2 = r^2$, линейный элемент (23) принимает вид:

$$ds^2 = \frac{\Delta_Q - a^2}{r^2} c^2 dt^2 - \frac{r^2}{\Delta_Q} dr^2 + \frac{2ac}{r} \left(\bar{r}_{gE} - \frac{Q^2}{r}\right) d\varphi dt - \left[r^2 + a^2 + \frac{a^2}{r} \left(\bar{r}_{gE} - \frac{Q^2}{r}\right)\right] d\varphi^2, \quad (25)$$

На полюсе же, где $\theta = 0$, $\rho^2(0) = r^2 + a^2$, линейный элемент (23) упрощается:

$$ds^2 = \frac{\Delta_Q}{r^2 + a^2} c^2 dt^2 - \frac{r^2 + a^2}{\Delta_Q} dr^2. \quad (26)$$

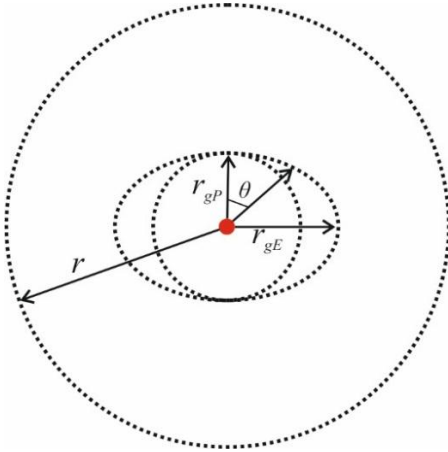


Рис. 9. Гравитационное и электрические поля точечного источника (чёрной дыры) с зарядом и угловым моментом. Эквипотенциальная поверхность электрического поля сферически-симметрична с радиусом r .

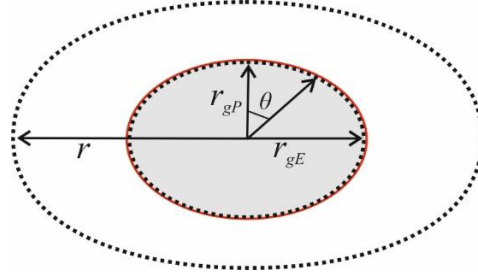


Рис. 10. Фрозар с угловым моментом и зарядом на поверхности. Поверхность застывает над гравитационным радиусом как сплюснутый эллипсоид. Эквипотенциальная поверхность электрического поля сплюсчивается над полюсами из-за большей поверхностной плотности заряда на экваторе.

В теории фрозаров коллапс звезды с угловым моментом и зарядом приводит к образованию фрозара с застывшей структурой, заряженная эллипсоидальная поверхность которого застывает над гравитационным радиусом $r_{g\theta}$ (Рис. 10) (см. Приложение 1). Как и у нейтрального фрозара с угловым моментом, гравитационный радиус на полюсе r_{gP} следует из условия:

$$g_{00}(r_{gP}, 0) = \frac{\Delta_Q(r_{gP})}{r_{gP}^2 + a^2} = 0, \quad \Delta_Q(r_{gP}) = r_{gP}^2 - \bar{r}_{gE} r_{gP} + a^2 + Q^2 = 0. \quad (27)$$

Разделив на r_{gP} выражение для $\Delta_Q(r_{gP})$ можем выразить $\bar{r}_{gE}$ через r_{gP} :

$$\bar{r}_{gE} = r_{gP} + \frac{a^2 + Q^2}{r_{gP}}. \quad (28)$$

и выражение для $\Delta_Q(r)$ в (24) можем записать через независимый параметр r_{gP} :

$$\Delta_Q(r) = r^2 - \left(r_{gP} + \frac{a^2 + Q^2}{r_{gP}} \right) r + a^2 + Q^2 = r^2 \left(1 - \frac{r_{gP}}{r} \right) \left(1 - \frac{a^2 + Q^2}{r_{gP} r} \right). \quad (29)$$

Подставив это и (28) в (26), получаем модифицированный линейный элемент на полюсе:

$$ds^2 = \frac{r^2}{\bar{\rho}^2} \left(1 - \frac{r_{gP}}{r} \right) \left(1 - \frac{a^2 + Q^2}{r_{gP} r} \right) c^2 dt^2 - \frac{\bar{\rho}^2}{r^2} \left(1 - \frac{r_{gP}}{r} \right)^{-1} \left(1 - \frac{a^2 + Q^2}{r_{gP} r} \right)^{-1} dr^2. \quad (30)$$

где $\bar{\rho}^2 = r^2 + a^2$. Здесь явно видна роль r_{gP} как гравитационного радиуса на полюсе. При подстановке (28) в (25) линейный элемент на экваторе принимает вид:

$$\begin{aligned}
 ds^2 = & \left[\left(1 - \frac{r_{gP}}{r} \right) \left(1 - \frac{a^2 + Q^2}{r_{gP} r} \right) - \frac{a^2}{r^2} \right] c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{r_{gP}}{r} \right)^{-1} \left(1 - \frac{a^2 + Q^2}{r_{gP} r} \right)^{-1} dr^2 - \\
 & - \left[r^2 + a^2 + \frac{a^2}{r} \left(r_{gP} + \frac{a^2 + Q^2 (1 - r_{gP} / r)}{r_{gP}} \right) \right] d\varphi^2 + \\
 & + \frac{2ac}{r} \left(r_{gP} + \frac{a^2 + Q^2 (1 - r_{gP} / r)}{r_{gP}} \right) d\varphi dt,
 \end{aligned} \tag{31}$$

или

$$\begin{aligned}
 ds^2 = & \frac{\Delta_Q - a^2}{r^2} c^2 dt^2 - \frac{r^2}{\Delta_Q} dr^2 + \frac{2ac}{r} \left(r_{gP} + \frac{a^2 + Q^2 (1 - r_{gP} / r)}{r_{gP}} \right) d\varphi dt - \\
 & - \left[r^2 + a^2 + \frac{a^2}{r} \left(r_{gP} + \frac{a^2 + Q^2 (1 - r_{gP} / r)}{r_{gP}} \right) \right] d\varphi^2.
 \end{aligned} \tag{32}$$

В отличие от (25), здесь явно видно, что увеличение a и Q , не влияющее на r_{gP} , ведёт к уменьшению g_{00} , а значит и к усилению гравитации источника.

В метрике Керра-Ньюмана (23) на больших расстояниях $g_{00}(r, \theta) \rightarrow 1 - \bar{r}_{gE} / r$ и g_{00} в асимптотике переходит в шварцшильдову метрику с полной массой $\bar{M}(a, Q)$:

$$\bar{r}_{gE} = 2G\bar{M}(a, Q) / c^2. \tag{33}$$

Полная масса источника $\bar{M}(a, Q)$ включает энергии вращения и электрического поля и по этой причине она зависит от a и Q . Введя массу M , связанную с гравитационным радиусом вещества r_{gP} , и учитывая (28) находим:

$$r_{gP} = \frac{2GM}{c^2}, \quad \bar{M}(a, Q) = M + \frac{c^4(a^2 + Q^2)}{4G^2M}. \tag{34}$$

Поскольку $\bar{M}(a, Q) \rightarrow M$ при $a \rightarrow 0$ и $Q \rightarrow 0$, то отсюда видно, что M есть масса вещества источника без вкладов энергий вращения и электрического поля. Поэтому r_{gP} является параметром, независимым от a и Q , и характеризующим вклад нейтрального неврвращающегося вещества, тогда как $\bar{r}_{gE}$ является зависимым параметром, растущим квадратично при росте a и/или Q .

Отметим, что попытка учесть подобную зависимость $\bar{r}_{gE}$ в [8], основанная на эвристических соображениях, так и не была учтена в самой метрике (23). Причиной этого были не только то, что эта зависимость была необоснованно усложнена, но и то, что в теории чёрных дыр нет корректного с физической точки зрения определения массы M [1] и вклада электрического поля. Поэтому она определялась через зависимый параметр $\bar{M}(a, Q)$, что усложнило ситуацию, приведя к ряду нефизических следствий.

Итак, в стандартной форме метрики Керра-Ньюмана (23) один из трёх входящих в неё параметров, $\bar{r}_{gE}$, зависит от двух других параметров a и Q , и для исправления этого

недостатка достаточно $\bar{r}_{gE}$ выразить через r_{gP} согласно (28). Подставив (28) в (23) и учитывая (29) приходим к модифицированной метрике Керра-Ньюмана с тремя независимыми параметрами a , Q и r_{gP} :

$$ds^2 = \frac{\Delta_Q - a^2 \sin^2 \theta}{\rho^2} c^2 dt^2 - \frac{\rho^2}{\Delta_Q} dr^2 - \rho^2 d\theta^2 - \left[r^2 + a^2 + \frac{ra^2}{\rho^2} \left(r_{gP} + \frac{a^2 + Q^2(1 - r_{gP}/r)}{r_{gP}} \right) \sin^2 \theta \right] \sin^2 \theta d\varphi^2 + \frac{2rac}{\rho^2} \left(r_{gP} + \frac{a^2 + Q^2(1 - r_{gP}/r)}{r_{gP}} \right) \sin^2 \theta d\varphi dt. \quad (35)$$

Гравитационный радиус $r_{g\theta}$ выражается через независимые параметры в виде:

$$r_{g\theta} = \frac{1}{2} \left(r_{gP} + \frac{a^2 + Q^2}{r_{gP}} \right) + \sqrt{\frac{1}{4} \left(r_{gP} + \frac{a^2 + Q^2}{r_{gP}} \right)^2 - a^2 \cos^2 \theta - Q^2}. \quad (36)$$

На полюсе это даёт r_{gP} , а на экваторе получаем гравитационный радиус r_{gE} :

$$r_{gE} = \frac{\bar{r}_{gE}}{2} + \sqrt{\frac{\bar{r}_{gE}^2}{4} - Q^2} = \frac{1}{2} \left(r_{gP} + \frac{a^2 + Q^2}{r_{gP}} \right) + \sqrt{\frac{1}{4} \left(r_{gP} + \frac{a^2 + Q^2}{r_{gP}} \right)^2 - Q^2}. \quad (37)$$

В общем случае $r_{g\theta}$ описывает поверхность фрозара как сплюснутого эллипсоида вращения (с точностью до малой поправки), где и находится его заряд. Площадь этой поверхности S находим из (16), где r_{gE} даётся теперь (37).

Поскольку поверхностная плотность заряда на экваторе выше, чем на полюсе, то это деформирует электрическое поле вне фрозара так, что эквипотенциальные поверхности будут не просто эллипсоидальными, а будут сжатыми на полюсах (Рис. 10). Эти свойства показывают принципиальное отличие поля фрозара от поля точечного заряда (чёрной дыры), у которого электрическое поле, очевидно, остаётся сферически-симметричным (Рис. 9). Деформированность поля фрозара можно обнаружить по различным эффектам, зависящим от конфигурации электрического поля фрозара. Соответствующие наблюдательные эффекты будут рассмотрены более детально в последующих публикациях и в [10].

При $r > r_{gP}$ метрика (35) не имеет особенностей и явно видно, что увеличение a и Q уменьшает g_{00} и поэтому усиливает гравитацию источника из-за вклада энергий вращения и электрического поля. Поэтому радиусы орбит и теней, красные смещения и углы отклонения частиц в поле такого источника возрастают с ростом a и Q .

Прежние предсказания теории чёрных дыр для зависимости наблюдаемых эффектов от изменения a или Q , сделанные при постоянном параметре $\bar{r}_{gE}$, также следует заменить на предсказания теории фрозаров с корректным учётом этой зависимости.

5. Термодинамика фрозаров

Изменение полной энергии E фрозара с массой (нейтрального и невращающегося) вещества M , зарядом Q и угловым моментом J даётся соотношением:

$$dE = c^2 dM + \Omega dJ + \Phi dQ, \quad (38)$$

где Ω, Φ - угловая скорость и электростатический потенциал. Это можно назвать *первым законом* термодинамики фрозаров.

Падение на фрозар частицы с противоположным зарядом уменьшает заряд фрозара Q , соответственно уменьшая энергию электростатического поля. Угловой момент фрозара J уменьшают любые процессы, в которых угловой момент передаёт часть энергии вращения частицами на достаточном удалении (или при взаимодействии с внешними полями). И наоборот, Q и J возрастают аналогичных процессах с обратным результатом. Тем самым, изменения Q и J могут осуществляться обратимым образом.

Ситуация противоположна для изменений M , которые практически необратимы. Ввиду застывшего характера фрозара, гигантского ускорения и красного смещения на его поверхности, уменьшение его энергии покоя (или массы M) путём выхода из него частиц (как ненулевой массы, так и излучения) с заметной энергией имеет ничтожно малую вероятность. Поэтому изменение массы со временем происходит с подавляющей вероятностью в сторону *увеличения* массы за счёт падения вещества и излучения извне:

$$\frac{dM}{dt} \geq 0. \quad (39)$$

Это, соответственно, есть *второй закон* термодинамики фрозаров, означающий неубывание «голой» массы. Хотя это и является аналогом неубывания энтропии, здесь речь не идёт о прямой аналогии и возможное введение как энтропии, так и некой температуры имеет чисто формальный характер.

И, наконец, *третий закон* следует из того факта, что полная энергия фрозара E , включающая энергию покоя $E_0 = Mc^2$ и энергии вращения и электрического поля, может уменьшаться лишь до E_0 как энергии основного состояния, когда фрозар теряет как угловой момент, так и заряд, становясь шварцшильдовским (нейтральным и сферическим):

$$E \geq Mc^2. \quad (40)$$

При этом «испарение» нейтрального сферического фрозара вследствие рождения виртуальных пар, когда одна из них покидает фрозар, практически невозможно. Это связано с тем фактом, что обе частицы в паре имеют *положительную энергию* как внутри, так и в окрестности фрозара. Оставшаяся частица может лишь увеличить энергию фрозара, в противоположность ошибочному утверждению теории чёрных дыр.

Итак, прежние эффекты теории чёрных дыр (испарение, появление эргосферы и извлечение энергии из неё) (см. [7]) были нефизическими, так как у фрозаров нет сингулярностей, горизонтов и эргосферы, а энергии частиц везде положительны [9,10].

6. Заключение

Стандартная форма метрики вне вращающегося источника, как нейтрального (Керра), так и заряженного (Керра-Ньюмана), включает три параметра, один из которых, гравитационный радиус на экваторе $\bar{r}_{gE}$, является зависимым от двух других a и Q . Но метрика может быть приведена к форме с независимыми параметрами, и в статье такая форма метрики получена в обоих случаях. Эта новая метрика включает гравитационный радиус нейтральной невращающейся материи r_{gP} .

Это позволило исключить прежние нефизические предсказания теории чёрных дыр, будто рост параметра вращения a и/или заряда Q ослабляет гравитацию вне источника с предсказанием ослабления физических эффектов гравитации [6,7].

Вместо них теория фрозаров, из которой данная форма метрики следует естественным образом, предсказывает обратное, что рост параметра вращения и/или заряда, добавляя положительную энергию, усиливает гравитацию вне источника с соответствующим усилением физических эффектов гравитации.

Аналогичная процедура применима ко всем другим метрикам, описывающим вклад в поле компактных источников различных полей и других факторов. Пример модификации метрики НУТ приведён в Приложении. Другие приложения метода и более подробное обсуждение следствий модифицированной формы метрики Керра и метрики Керра-Ньюмана будут рассмотрены в следующих статьях и в книге [10].

Приложения.

А. Образование эллипсоидального фрозара при застывании поверхности вращающейся звезды

В метрике Керра, как и в любом гравитационном поле, собственное время τ покоящейся частицы $(r, \theta, \varphi) = \text{const.}$ определяется как:

$$d\tau^2 = g_{00} dt^2. \quad (41)$$

При $r \rightarrow r_{g\theta}$ это собственное время застывает относительно мирового времени t , что является чисто гравитационным замедлением времени. Собственное время τ сопутствующей поверхности частицы с локальной скоростью $\mathbf{v}$ замедлено относительно t как гравитационно, так и кинематически [9,10]:

$$d\tau^2 = g_{00} dt^2 (1 - \mathbf{v}^2 / c^2), \quad (42)$$

$$\mathbf{v}^2 = g_{00}^{-1} \left\{ \frac{\rho^2}{\Delta} v_r^2 + \rho^2 v_\theta^2 + \left[\left(r^2 + a^2 + \frac{r_{gE} r a^2}{\rho^2} \sin^2 \theta \right) \Omega - \frac{2 r_{gE} r a c}{\rho^2} \right] \Omega \sin^2 \theta \right\}, \quad (43)$$

где $v_r = dr / dt$, $v_\theta = d\theta / dt$, $v_\varphi = d\varphi / dt = \Omega$.

На полюсе $\theta = \pi / 2$, $\rho = r$ имеем:

$$d\tau^2 = \frac{1 - a^2 / r_{gP} r}{1 + a^2 / r^2} \left(1 - \frac{r_{gP}}{r} \right) \left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2} \right) dt^2, \quad (44)$$

$$|\mathbf{v}| = \left[\frac{1 - a^2 / r_{gP} r}{1 + a^2 / r^2} \left(1 - \frac{r_{gP}}{r} \right) \right]^{-1} v_r \quad (45)$$

Таким образом, при $r \rightarrow r_{gP}$ и $|\mathbf{v}| \rightarrow c$ для радиальной скорости v_r получаем:

$$v_r \rightarrow \frac{1 - a^2 / r_{gP}^2}{1 + a^2 / r_{gP}^2} \left(1 - \frac{r_{gP}}{r} \right) \rightarrow 0 \quad (46)$$

т. е. $v_r \rightarrow 0$ и поверхность застывает над гравитационным радиусом r_{gP} .

На экваториальной плоскости $\theta = \pi / 2$, $\rho = r$ имеем:

$$d\tau^2 = dt^2 \left(1 - \frac{r_{gE}}{r} \right) \left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2} \right), \quad (47)$$

$$\mathbf{v}^2 = \left(1 - \frac{r_{gE}}{r} \right)^{-1} \left[\frac{r^2}{\Delta} v_r^2 + \left(r^2 + a^2 + \frac{a^2 r_{gE}}{r} \right) \Omega^2 - \frac{2r_{gE} a c}{r} \Omega \right]. \quad (48)$$

При $\mathbf{v}^2 \rightarrow c$ из (48) следует соотношение:

$$\frac{r^2 v_r^2}{\Delta} - \frac{2r_{gE} a c}{r} \Omega + \left(r^2 + a^2 + \frac{a^2 r_{gE}}{r} \right) \Omega^2 \rightarrow \left(1 - \frac{r_{gE}}{r} \right). \quad (49)$$

Следовательно, при $r \rightarrow r_{gE}$ имеем:

$$[(r_{gE}^2 + 2a^2)|\Omega| \mp 2ac]|\Omega| + \frac{r_{gE}^2}{a^2} v_r^2 \rightarrow 0. \quad (50)$$

Здесь в любом случае $v_r^2 \rightarrow 0$, а что касается Ω , то на первый взгляд кажется, что член $\mp 2ac$ при знаке минус может дать решение $|\Omega| = 2ac / (r_{gE}^2 + 2a^2) > 0$, тогда как знак плюс допускает только решение $|\Omega| \rightarrow 0$. Поскольку пространство изотропно, то простое изменение знака угловой скорости не может приводить к качественному изменению состояния объекта и поэтому физически допустимым является лишь первое решение с $|\Omega| \rightarrow 0$. Таким образом, при сближении экватора к r_{gE} вся поверхность практически застывает в терминах t , застывают также и внутренние слои и звезда переходит в состояние фрозара с угловым моментом.

Отметим, что момент импульса вращавшейся звезды сохраняется, а её внешнее поле остаётся таким же, как и до застывания, поскольку асимптотическое застывание не означает абсолютную остановку. Локальная скорость частиц на поверхности фрозара близка к скорости света, в то время как для внешней статической системы отсчёта фрозар выглядит практически статической эллипсоидальной звездой.

Б. Модифицированная метрика NUT

Стандартная метрика НУТ имеет вид [5]:

$$ds^2 = \Delta \left(cdt + 4n \sin^2 \frac{\theta}{2} \cdot d\varphi \right)^2 - \frac{dr^2}{\Delta} - (r^2 + n^2)(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \quad (51)$$

$$\Delta = 1 - \frac{\bar{r}_g r + 2n^2}{r^2 + n^2}. \quad (52)$$

Гравитационный радиус r_g определяется условием $g_{00}(r_{gp}, 0) \sim \Delta = 0$, что даёт:

$$r_g^2 - \bar{r}_g r_g - n^2 = 0. \quad (53)$$

Разделив это равенство на r_g получаем выражение $\bar{r}_g$ через r_g :

$$\bar{r}_g = r_g - \frac{n^2}{r_g}, \quad n \geq r_g. \quad (54)$$

Подставив это в (52) получаем для Δ выражение через r_g :

$$\Delta = \frac{1 + n^2 / r r_g}{1 + n^2 / r^2} \left(1 - \frac{r_g}{r} \right) \quad (55)$$

Таким образом, в метрике НУТ есть лишь один гравитационный радиус r_g , что упрощает структуру пространства-времени вокруг такого источника. При $n \neq 0$ имеют место условия $r > r_g > \bar{r}_g$.

Литература

1. Закир З. (2022) *Квант. и грав. физ.*, **3**:016-7694.
2. Kerr R. (1963) *Phys. Rev. Lett.*, **5**, **1**.
3. Boyer R., Lindquist R. (1967) *J. Math. Phys.* **8**, **265**.
4. Newman E., Couch E., Chinnaparet K. et al (1965) *J. Math. Phys.* **6**, **918**.
5. Newman E., Tamburino L., Unti T. (1963) *J. Math. Phys.* **4**(7), **915**.
6. Bardeen J., Press W., Teukolsky S. (1972) *Astrophys. J.* **178**, **347**.
7. Bambi C. (2017) *Black Holes: A Lab. for Testing Strong Gravity*. Springer.
8. Christodoulou D., Ruffini R. (1971) *Phys. Rev.*, **D4**, **3552**.
9. Zakir Z. (2018) *Astr. & Space Sci.* **363**: **30**; (2020) *Квант. и грав. физ.*, **1**:006-7132; **1**:007-7133
10. Закир З. (2022) *Теория фрозаров. Релятивистский коллапс звёзд*. ЦТФА, Т.