

Конечная квантовая теория полей и струн. 2. Гравитационная саморегуляризация на планковских масштабах

Захид Закир²

Аннотация

После открытия медленного роста петлевых поправок с энергией обрезания и возможности перенормировки лагранжианов, главной нерешённой проблемой КТП остались ультрафиолетовые расходимости и долгие поиски физического механизма, делающего регуляризации конечными, оказались безуспешными. Основной причиной этого был поспешный вывод о том, что известные явления уже учтены и, в результате, решение связывалось лишь с радикальными гипотезами. В статье показано, что искомый механизм существовал изначально и это - гравитационное замедление времени. Стандартная трактовка включала кванты большой энергии, но не учитывала их гравитацию, а в попытках же учёта гравитация считалась лишь одним из полей. Но внешнее гравитационное поле квантов ещё и замедляет локальные собственные времена относительно мирового времени t удалённых наблюдателей. Показано, что на планковской длине, гравитационном радиусе квантов планковской энергии, все процессы застывают и поэтому не дают вклада в S-матрицу, заданной на гиперповерхности одновременности $t = \text{const}$. Застывание квантовых флуктуаций означает сильное красное смещение высоких частот вплоть до их зануления, т.е. гравитация квантов ведёт к их саморегуляризации. Нелинейность полей усиливает гравитационные эффекты, а значит и застывание, что ещё сильнее подавляет вклады больших энергий. Ультрафиолетовая конечность поправок делает состоятельными и неперенормируемые модели, у которых эти поправки малы. Для калибровочных полей и квантовой гравитации инвариантное планковское обрезание интегралов даёт верхние пределы для петлевых поправок, которые оказываются малыми и ряды теории возмущений сходятся. Обсуждены следствия конечности Стандартной Модели и квантовой гравитации.

Ключевые слова: квантовые поля, регуляризация, перенормировка, квантовая гравитация

Содержание

Введение	2
1. Гравитационная саморегуляризация квантованных полей	3
1.1. Гравитационное застывание флуктуаций на планковских расстояниях	3
1.2. Гравитационная саморегуляризация петлевых диаграмм	6
2. Конечные Стандартная Модель и квантовая гравитация	8
2.1. Ультрафиолетово-конечная квантовая электродинамика	8
2.2. Конечность других полей Стандартной Модели	10
2.3. Конечность киральных аномалий и их сокращение в СМ	11
2.4. Конечная квантовая гравитация	12
3. Свидетельства и следствия конечности КТП	12
3.1. Свидетельства и следствия конечности теорий известных полей	12
3.2. Следствия для моделей объединения, суперсимметрии и струн	13
3.3. Следствия для составных моделей частиц	14
Заключение	14
Приложения.	15
Константы перенормировки в КЭД в двухпетлевом приближении	15

¹ С исправлениями от 28.02.2021.

² *Центр теоретической физики и астрофизики, Ташкент, Узбекистан, zzakir@qgph.uz ORCID*

Литература	16
------------------	----

Введение

В первой статье [1] было показано, что при квантовании релятивистских полей и струн последовательное следование трактовке Штюкельберга-Фейнмана приводит к конечной теории, не содержащей нулевой энергии.

В данной, второй статье будут изучены взаимодействующие поля и будет показано, что последовательное следование общей теории относительности (ОТО) с учётом одного из её базовых эффектов, гравитационного замедления времени, приводит к конечной теории без ультрафиолетовых расходимостей.

Ультрафиолетовые расходимости в высших порядках теории возмущений (т.е. в петлевых диаграммах), обнаруженные в самом начале, до сих пор оставались главной проблемой квантовой теории поля (КТП). Хотя были достигнуты успехи в её решении уже в первые два десятилетия, когда были выяснены слабый рост поправок с энергией обрезания Λ и возможность устранения регуляризованных расходимостей перенормировкой исходного лагранжиана, тем не менее физический механизм, который должен был сделать регуляризации конечными, так и не был найден [2,3].

Практически во всех прежних попытках решения этой проблемы наивно считалось, что среди известных явлений нет такого, который может снять расходимости. Поэтому в течении многих десятилетий широко продвигались очень радикальные гипотезы без какой-либо экспериментальной основы, такие как суперсимметрия, дополнительные измерения, струны, браны, петли и др. [3].

В статье будет показано, что в действительности физическим явлением, лежащим в основе механизма регуляризации, является гравитационное замедление времени, ведущее к красному смещению частот квантов и замедлению всех процессов в сильном гравитационном поле. Это - ключевое явление ОТО, подтверждённое на экспериментах в 1970-е гг. и в ньютоновской теории его не существует.

Однако, в литературе оно обычно подменялось одним из его проявлений - гравитационным красным смещением. Последний эффект есть и в ньютоновской теории, но прежнее объяснение оказалось ошибочным, а совпадение с эйнштейновским предсказанием в первом приближении – случайным [4] (детали см. в Приложении). Из-за такого недоразумения этот вид замедления времени остался непонятым, а его следствия для физики частиц и астрофизики оказались недооценёнными. В частности, при выходе из области сильной гравитации энергия фотона уменьшается не в пути, как в ньютоновской теории, а фотон изначально обладает меньшей частотой из-за гравитационного замедления времени относительно мирового времени t , отмечающего одновременные события, и далее энергия фотона в терминах t не меняется вдоль его пути.

Стандартная КТП же основывалась на двух предписаниях – игнорировать гравитационные эффекты квантовых флуктуаций большой энергии, а затем игнорировать расходящиеся вклады этих флуктуаций в наблюдаемые. В статье показывается, что эти два предписания взаимно связаны и отказ от первого из них, требуемое ОТО, делает ненужным и второе.

В двухчастичной системе с энергией каждой частицы $h\nu$ длина волны $\lambda = c/\nu$ обратно пропорциональна частоте ν , а гравитационный радиус системы $r_g = 2G \cdot 2h\nu / c^4$ пропорционален ν (G - гравитационная постоянная). Эти две кривые пересекаются при $r_g \lambda_c = (2l_g)^2$, где $l_g = (Gh/c^3)^{1/2}$ - планковская длина. Вблизи r_g частицы застывают для внешних наблюдателей, а их частоты в терминах t испытывают предельное красное смещение. Поэтому все флуктуации с энергией порядка планковской энергии $\Lambda_g = (h/Gc^3)^{1/2}$ застывают и не произойдут за конечное мировое время $t < \infty$, а процессы с ещё большей энергией не происходят вовсе и поэтому не дают вклада в амплитуды вероятности процессов [5].

Таким образом, гравитационная саморегуляризация при Λ_g делает теорию взаимодействующих полей конечной. Вклады петлевых диаграмм в теории калибровочных полей зависят от Λ логарифмически и поправки малы вплоть до Λ_g . Так как эффективная константа связи в квантовой гравитации также мала вплоть до Λ_g , то ряды теории возмущений сходятся и в этом случае.

Тем самым, квантовая теория известных фундаментальных полей на базе ШФ-квантования и гравитационной саморегуляризации оказывается конечной. При этом нелинейность полей усиливает гравитационные эффекты, которые ведут к ещё более быстрому застыванию процессов и подавлению вкладов большой энергии. Конечность поправок смягчает критерий пригодности моделей и теперь достаточно малости этих поправок, а перенормируемость же является лишь желательной.

В статье кратко обсуждаются следствия ультрафиолетовой конечности Стандартной Модели и квантовой гравитации, а также перспективы их обобщений. Более детальное обсуждение будет приведено в книге [6].

В разделе 1 рассмотрены физические основы гравитационной регуляризации в КТП. В разделе 2 показана конечность Стандартной Модели и квантовой гравитации. В разделе 3 обсуждены свидетельства и следствия конечности КТП, а также дальнейшие перспективы.

1. Гравитационная саморегуляризация квантованных полей

1.1. Гравитационное застывание флуктуаций на планковских расстояниях

Теория относительности привнесла в физику три вида релятивистского замедления времени – инерциальное, неинерциальное и гравитационное. Они имеют существенные различия, которые обычно игнорировались и это приводило к непониманию многих явлений и заблуждениям в некоторых важных применениях ОТО.

Замедление собственного времени часов, покоящихся в инерциальной системе (инерциальное замедление времени), относительно и симметрично для двух инерциальных систем, что показывает эксперимент с двумя световыми часами. В то же время замедление собственного времени часов, покоящихся в неинерциальной системе (неинерциальное замедление времени), абсолютно и асимметрично для двух часов, подвергшихся разным ускорениям, что также хорошо известно из парадокса часов. Гравитационное замедление времени, в соответствии с принципом эквивалентности, аналогично неинерциальному и также асимметрично и абсолютно.

В данной статье будут изучены следствия для теории квантованных полей гравитационного замедления времени на планковских расстояниях l_g .

В КТП фундаментальные частицы - это локализованные объекты, структурой которых можно пренебречь в процессах при доступных для экспериментов энергиях. Однако, для частиц в промежуточных состояниях предположение о точечных частицах уже не имеет оснований. Тем не менее, из-за проблем с нелокальными объектами в релятивистских теориях, частицы и в этих случаях формально, в первом приближении, считаются точечными, что и будем предполагать далее.

Вершины взаимодействия этих точечных частиц также следует рассматривать как «точечные», чтобы снова избежать нелокальности, как это было для частиц. Однако, для процессов вблизи l_g трудно пренебрегать структурой частиц в вершинах взаимодействия, поскольку на этих расстояниях эффективный «размер» частиц, их гравитационный радиус, также порядка l_g .

Тем не менее, в одном частном случае, даже при этих условиях вершины можно продолжать считать точечными без внутренних противоречий в теории – это случай взаимодействия квантовой частицы с классическими внешними полями, в частности, с гравитационным полем. Хотя и в этом случае взаимодействие можно изображать диаграммой обмена «продольными» квантами поля, тем не менее, с физической точки зрения здесь речь идёт о движении частицы в классическом внешнем поле. Если нам известно точное или приближённое решение для этого поля, то траектории частиц можно искать на этом фоне.

Простейшим примером является кулоновское поле, а более сложным случаем поле Шварцшильда. Последний случай и реализуется при l_g в диаграммах, где существуют одновременно две или более частицы. В с.ц.м. этих частиц и при $r > r_g$ внешнее гравитационное поле системы можно аппроксимировать полем Шварцшильда, где компоненты метрики имеют вид: $g_{00}(r) = -g_{11}^{-1}(r) = 1 - r_g / r$.

Эта метрика ведёт к красному смещению частот, связанных с физической энергией квантов:

$$\bar{E}_p = g_{00}^{1/2}(r) E_{p,r} \quad (1)$$

и именно $\bar{E}_p$ выступает источником внешнего гравитационного поля частиц в петлевой диаграмме. Для состояний с двумя частицами в однопетлевой диаграмме компоненты метрики в с.ц.м. определяются $\bar{E}_p$ и принимают вид:

$$g_{00}(r) = -g_{11}^{-1}(r) = 1 - 2G \cdot 2\bar{E}_p / rc^4. \quad (2)$$

Полевые операторы и их моды определены на глобальных гиперповерхностях одновременности удалённых наблюдателей $t = \text{const}$.

Энергия Λ_g и длина l_g определены условиями, что гравитационный радиус системы из двух частиц $r_g = 2G \cdot 2\bar{E}_p / c^4$ порядка длины волны квантовых флуктуаций частиц $hc / \bar{E}_p$ и при этом полная энергия системы $2\bar{E}_p$ порядка Λ_g :

$$\frac{2G \cdot 2\bar{E}_p}{c^4} \simeq \frac{hc}{\bar{E}_p}, \quad 2\bar{E}_p \simeq (hc^5 / G) = \Lambda_g = h\nu_g, \quad (3)$$

где $\nu_g = (c^5 / Gh)$ - Планковская частота.

Так как гравитационное красное смещение частот (связанных с $\bar{E}_p$) мало уже на расстояниях порядка $\sim 3l_g$, то уже при $r \geq 3l_g$ и энергиях $\bar{E}_p \leq \Lambda_g / 3$ можем использовать стандартный формализм КТП в плоском пространстве-времени. Из-за сильного красного смещения $\bar{E}_p$ вклад в амплитуды флуктуаций в интервале $l_g \leq r \leq 3l_g$ мал и даёт лишь небольшую поправку к вкладу основной области $3l_g \leq r \leq \infty$.

Действительно, область локализации кванта связана с его длиной волны как: $r \geq 2\lambda = 2c / \nu$. Гравитационный радиус же пропорционален энергии системы из двух квантов, которая в терминах координатной частоты $\sim 2\nu$ и поэтому [5]:

$$\nu = \nu_0(1 - r_g / r)^{1/2} \simeq \nu_0 \left(1 - \frac{4Gh\nu}{c^4} \frac{\nu}{c} \right)^{1/2} = \nu_0(1 - \nu^2 / \bar{\nu}_g^2)^{1/2}, \quad (4)$$

где $\bar{\nu}_g = \nu_g / 2$ и $\nu_g = (c^5 / Gh)$ - планковская частота. Это даёт связь ν_0 с ν :

$$\nu_0 \simeq \frac{\nu}{(1 - \nu^2 / \bar{\nu}_g^2)^{1/2}}, \quad \nu \simeq \frac{\nu_0}{(1 + \nu_0^2 / \bar{\nu}_g^2)^{1/2}}. \quad (5)$$

Как видим, даже при очень большой собственной частоте $\nu_0 \gg \bar{\nu}_g$ наблюдаемые частоты остаются меньше половины планковской частоты: $\nu < \bar{\nu}_g$, что и выражает застывание квантовых флуктуаций в области l_g .

В петлевых диаграммах интегрирование по ν_0 с бесконечным пределом можно заменить, используя (5), на интегрирование по ν с верхним пределом ν_g . При этом дифференциалы заменяются как:

$$d(\nu_0^2) \simeq \frac{d(\nu^2)}{(1 - \nu^2 / \bar{\nu}_g^2)^2}, \quad d(\nu^2) \simeq \frac{d(\nu_0^2)}{(1 + \nu_0^2 / \bar{\nu}_g^2)^2}. \quad (6)$$

Во втором случае (6) интегралы по ν_0 явно сходятся из-за фактора подавления ν_0^{-4} , к тому же при $\nu_0 \gg \bar{\nu}_g$ все прежние ν под интегралами становятся константами $\nu \rightarrow \bar{\nu}_g$.

Заметим, что гравитационная регуляризация ранее использовалась в неявном виде как регуляризация Паули-Вилларса, когда пропагаторы частиц заменялись на:

$$\frac{1}{k^2 - m^2} \rightarrow \frac{1}{k^2 - m^2} - \frac{1}{k^2 - M^2} = \frac{1}{k^2 - m^2} \cdot \frac{1}{1 - k^2 / M^2}. \quad (7)$$

Действительно, в однопетлевой диаграмме замена обоих пропагаторов согласно (7) вводит под интеграл фактор k^{-4} , что равносильно замене дифференциала как в (6).

1.2. Гравитационная саморегуляризация петлевых диаграмм

В КТП ранее было сделано много попыток обосновать обрезание интегралов в петлевых диаграммах при l_g или Λ_g . Однако, при этом не было ясности в лежащем в основе этого физического механизма, и такая неопределённость делала эту регуляризацию такой же произвольной, как и любую другую.

В действительности же, как показали оценки в предыдущем разделе, ОТО даёт такой физический механизм остановки роста частот при Λ_g , который не менее фундаментален, чем сами квантовые флуктуации и это - гравитационное замедление времени. В петлевой диаграмме имеется внешнее гравитационное поле квантов, которое замедляет собственные времена квантов относительно времени с.ц.и. и это проявляется как гравитационное красное смещение собственных частот.

Для учёта этого релятивистского эффекта рассмотрим систему квантов при l_g и верхнюю оценку величины эффектов замедления времени. При квантовании полей материи функция действия должна включать внешнее гравитационное поле флуктуаций большой энергии в петлевых диаграммах. Это внешнее поле с метрикой $g_{\mu\nu}$ входит в функцию действия как:

$$S = \int d^4x (-g)^{1/2} (-\kappa^{-1}R + L_m) \quad (8)$$

где $R = g^{\mu\nu}R_{\mu\nu}$, $g = \det g_{\mu\nu}$, $\kappa = 8\pi G/c^4$, L_m - лагранжиан частиц и полей материи. Тензор энергии-импульса T_0^0 , который входит в соответствующие уравнения Эйнштейна, включает вклады не только затравочного лагранжиана L_m , но и вклад ряда теории возмущений, в том числе и члены, перенормирующие L_m .

Далее нам надо определить, что именно даёт вклад в T_0^0 в промежуточных состояниях. В петлевых диаграммах ковариантной теории возмущений энергия частицы промежуточного состояния формально связывается с компонентой p_0 4-импульса $p_\mu = (p_0, \mathbf{p})$, где p_0 описывает инвариантность относительно трансляций во времени, т.е. не флуктуирует, в отличие от флуктуирующей физической энергии квантов $E_p = (\mathbf{p}^2 + m_0^2)^{1/2}$. Сумма для частиц $p_0 = p_{0(1)} + p_{0(2)}$ в однопетлевой диаграмме сохраняется и поэтому она ограничена величиной p_0 начального состояния, которая на много порядков меньше Λ_g .

Эти различия двух определений энергии, сохраняющейся p_0 и флуктуирующей E_p было одной из вводящих в заблуждение причин, из-за которой в петлевых диаграммах не учитывались гравитационные эффекты. Возникла иллюзия, что p_0 и есть энергия, тогда как физической энергией, входящей в правую часть уравнений Эйнштейна и порождающей гравитационное поле является E_p . Вклад в физическую энергию двухчастичной системы в однопетлевой диаграмме даётся $\sim 2E_p$.

Отметим, что компонента p_0 не только нарушает релятивистскую связь энергии с импульсом, но у неё также нет двух других основных свойств энергии – она не положительно-определённая (при эволюции вперёд во времени) и не является

источником гравитационного поля. В то же время, E_p положительно-определённая и является источником гравитационного поля ($T_0^0 \Delta V \sim E_p$), т.е. обладает всеми требуемыми свойствами энергии, кроме сохранения (в вершинах сохраняется лишь полный 3-импульс).

Итак, в любой момент времени t , отмечающего одновременные события в с.ц.и. петлевой диаграммы с n виртуальными квантами, суммарная физическая энергия хотя бы двух частиц в диаграмме $2\bar{E}_p$ порядка Λ_g создаёт внешнее гравитационное поле, которое в первом приближении даётся метрикой Шварцшильда. Другие метрики, содержащие вклады заряда и спина, лишь немного модифицируют этот основной вклад и поэтому для оценки минимального вклада достаточно учесть лишь эту метрику.

Но учёт сильных гравитационных эффектов настолько усложняет теорию, что трудно получить точные решения даже в простых случаях. В то же время, для доказательства конечности и, более того, малости петлевых поправок при такой регуляризации нам достаточно получить верхние оценки для этих поправок.

Если эти верхние оценки дадут достаточно малые значения для петлевых интегралов, то при любом дальнейшем уточнении поправки ещё более уменьшатся, что сделает ситуацию ещё более благоприятной для доказательства сходимости рядов теории возмущений. Что касается разницы между «истинными» значениями поправок и их верхней оценкой, то она будет достаточно мала и эффективно будет включена в значения затравочных масс и зарядов, определяемых как разница между физическими значениями масс и зарядов и поправок к ним. Дальнейшие уточнения поэтому будут приводить лишь к небольшому перераспределению значений затравочных параметров и поправок к ним.

Сформулирует эту процедуру получения верхних оценок более детально. Сильное красное смещение в гравитационном поле частиц петли начинает уменьшать энергии квантов на расстояниях в несколько l_g , например, $3l_g$. Но уменьшение энергии флуктуаций эффективно уменьшает величину этих поправок. Поэтому если зависимость от энергии обрезания без учёта гравитации продолжим использовать вплоть до $\Lambda \sim \Lambda_g$, то значения поправок в интервале $3l_g \geq r \geq l_g$ будут больше (по модулю), чем их «истинные» значения с гравитационными эффектами.

Это означает, что простое обрезание при $\Lambda = \Lambda_g$ тех выражений, которые известны из прежней теории без гравитационных эффектов, даёт нам верхнюю оценку для «истинных» поправок с учётом гравитации. Если значения этих верхних пределов уже обеспечивают сходимость рядов теории возмущений, то сходимость в более реалистическом случае, т.е. при учёте гравитационных эффектов, будет фактически доказанной.

Рассмотрим простейшие однопетлевые диаграммы со скалярными частицами в φ^4 теории. Интеграл в поправке к квадрату массы в диаграмме Рис 1а зависит от энергии обрезания Λ квадратично $\sim \Lambda^2 / m^2$, а в поправке к вершине в диаграмме Рис1б - логарифмически $a \ln(\Lambda^2 / m^2)$.

Степенная поправка даёт очень большой вклад в массу, порядка планковской массы при $\Lambda \sim \Lambda_g$, что делает теорию скалярных полей несостоятельной с точки зрения практики. Поэтому скалярные частицы не могут быть фундаментальными, так как не могут рассматриваться как «точечные» вплоть до l_g . Но они могут быть составными и тогда их структура должна проявляться при $l \gg l_g$ и $E_p \ll \Lambda_g$.

Более интересной является логарифмическая зависимость $a \ln(\Lambda^2 / m^2)$, которая имеет место для однопетлевых диаграмм с калибровочными полями. Как условие сходимости рядов теории возмущений при гравитационной регуляризации при $\Lambda \sim \Lambda_g$ получаем верхнюю оценку для коэффициента a :

$$a \ln \frac{\Lambda_g^2}{m^2} < 1, \quad \frac{1}{a} > \ln \frac{\Lambda_g^2}{m^2}. \quad (9)$$

Это условие может выполняться в трёх случаях: либо когда a очень мала, либо масса частицы очень большая, либо и то и другое одновременно, но так, чтобы выполнялось (9).

Итак, внешнее гравитационное поле петлевых диаграмм ограничивает частоту для внешнего наблюдателя планковской частотой $\Lambda_g / \hbar$, так как чем больше собственная частота квантов, тем сильнее они застывают в своём гравитационном поле.

2. Конечные Стандартная Модель и квантовая гравитация

2.1. Ультрафиолетово-конечная квантовая электродинамика

Тот факт, что гравитационная саморегуляризация при Λ_g делает КТП конечной, является первой хорошей новостью. Однако, что чтобы быть реалистичной, взаимодействия должны давать поправки в массы намного меньшие Λ_g .

Это и имеет место в теориях калибровочных полей, где петлевые поправки логарифмические и достаточно малы вплоть до Λ_g , а условие применимости теории возмущений (9) выполняется по крайней мере вблизи Λ_g .

В квантовой электродинамике (КЭД) условие (9) не только выполняется, но ещё и коэффициенты a очень малы: $a \sim 10^{-3}$. При подстановке массы электрона в логарифмический фактор имеем: $\ln(\Lambda_g / m_e^2) \simeq 103 \sim 10^2$ и $a \ln(\Lambda_g / m_e^2) \sim 10^{-1}$, что показывает достаточно быструю сходимость рядов теории возмущений.

Исходный лагранжиан спинорной КЭД с «голыми» полями и константами (индексы 0) имеет вид:

$$L_0 = \bar{\psi}_0 (i \not{\partial} - m_0) \psi_0 - \frac{1}{4} (F_0^{ik})^2 - e_0 \bar{\psi}_0 \gamma_i \psi_0 A_0^i. \quad (10)$$

В КЭД, как в перенормируемой теории, петлевые диаграммы приводят к зависящим от энергии обрезания поправкам к каждому из членов лагранжиана [2,3]:

$$\delta L = \bar{\psi}_0 (i \not{\partial} - \delta m) \psi_0 (Z_2 - 1) - \frac{1}{4} (F_0^{ik})^2 (Z_3 - 1) - e_0 \bar{\psi}_0 \gamma_i \psi_0 A_0^i (Z_1 - 1). \quad (11)$$

Тем самым, полный лагранжиан, будучи суммой (10) и (11), имеет вид:

$$L = L_0 + \delta L = Z_2 \bar{\psi}_0 (i \not{\partial} - m_0 - \delta m) \psi_0 - \frac{1}{4} Z_3 (F_0^{ik})^2 - Z_1 Z_2^{-1} Z_3^{-1/2} e_0 (Z_2 \bar{\psi}_0 \gamma_i \psi_0 \cdot Z_3^{1/2} A_0^i). \quad (12)$$

Вводя перенормированные поля, массы и заряды в виде:

$$\psi = Z_2^{1/2} \psi_0, \quad A^i = Z_3^{1/2} A_0^i, \quad m = m_0 + \delta m, \quad e = e_0 Z_1^{-1} Z_2 Z_3^{1/2}, \quad (13)$$

приходим к полному лагранжиану с перенормированными полями и константами:

$$L = \bar{\psi} (i \not{\partial} - m) \psi - \frac{1}{4} (F^{ik})^2 - e \bar{\psi} \gamma_i \psi A^i. \quad (14)$$

Физический смысл четырёх констант Z_1, Z_2, Z_3 и δm ясен из (11) и (13), и их можно ассоциировать с разными типами диаграмм. Из определений пропагаторов полей следует, что Z_2 и Z_3 представляют собой константы перенормировки пропагатора электрона S_c и фотона G_c соответственно:

$$\begin{aligned} \langle \psi(x') \bar{\psi}(x) \rangle_0 &= Z_2 \langle \psi_0(x') \bar{\psi}_0(x) \rangle_0, & S_c &= Z_2 S_c^{(0)}, \\ \langle A^i(x') A^k(x) \rangle_0 &= Z_3 \langle A_0^i(x') A_0^k(x) \rangle_0, & G_c &= Z_3 G_c^{(0)}. \end{aligned} \quad (15)$$

В импульсном представлении перенормированные пропагаторы выражаются через собственно-энергетические диаграммы. Для фотона это $\Pi(q^2)$, поперечная часть поляризационного оператора $\Pi_{ik}(q^2) = (q_i q_k - q^2 g_{ik}) \Pi(q^2)$. Поправка к массе электрона δm выделяется из собственно-энергетической части $\Sigma(p)$ как:

$$\begin{aligned} S_c^{-1} &= (S_c^{(0)})^{-1} - \Sigma, \\ \Sigma(p) &= [\delta m - (Z_2^{-1} - 1) + C(p)](p - m). \end{aligned} \quad (16)$$

Далее, из тождеств Уорда:

$$\frac{\partial \Sigma(p)}{\partial p^i} = -\Lambda_i(p, p), \quad (17)$$

где $\Lambda_i(p, p')$ - вклад вершинной части, следует, что $Z_1 = Z_2$. Подставив это в (13) получаем для заряда: $e = e_0 Z_1^{-1} Z_2 Z_3^{1/2} = e_0 Z_3^{1/2}$.

В КЭД с электронами и фотонами наибольший однопетлевой вклад в константы перенормировки даёт диаграммы с электронами в промежуточном состоянии. При численных значениях основных констант и их комбинаций, равных:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{e_0^2}{4\pi} \simeq \frac{1}{137.036} \simeq 0.0073, & \frac{\alpha}{4\pi} &\simeq 0.00058, \\ m_e &\simeq 0.511 \text{ MeV}, & \Lambda_g &\simeq 1.221 \times 10^{19} \text{ GeV}, & \ln \frac{\Lambda_g^2}{m_e^2} &\simeq 103.056, \end{aligned} \quad (18)$$

логарифмический фактор имеет значение:

$$A_e^{(1)} = \frac{\alpha}{4\pi} \ln \frac{\Lambda_g^2}{m_e^2} \simeq 0.0598. \quad (19)$$

Вклад электрон-позитронной петли в поляризационной оператор $\Pi(q^2)$ в пределе $q^2 \rightarrow 0$ составляет около 8%:

$$\Pi(0) \simeq \frac{4}{3} A_e^{(1)} \simeq 0.0798 \simeq 7.98\%. \quad (20)$$

Константа перенормировки пропагатора фотона тогда равна:

$$Z_3 \simeq 1 - \Pi(0) = 0.92, \quad (21)$$

что даёт затравочное значение константы связи α_0 и поправку к нему около 7.4% :

$$\alpha = Z_3 \alpha_0, \quad \alpha_0 \simeq \frac{\alpha}{0.92} \simeq \frac{1}{126.1}. \quad (22)$$

$$\delta e^2 = \Pi(0) e^2 = 0.0798 e^2. \quad (23)$$

Константы перенормировки пропагатора Z_2 и вершины Z_1 равны:

$$Z_1^{(1)} = Z_2^{(1)} \simeq (1 + A_e^{(1)})^{-1} \simeq 0.944. \quad (24)$$

Для электрона затравочная масса $m_{e(0)}$ оказывается около 85% от физической массы m_e , а разница между ними около 15%:

$$m_{e(0)} = m_e (1 + 3A_e^{(1)})^{-1} \simeq 0.8478 m_e = 0.4332 \text{ МэВ} \quad (25)$$

$$\delta m_e \simeq 3A_e^{(1)} = 0.1795 m_{e(0)} = 0.0778 \text{ МэВ}, \quad (26)$$

Величины поправок и затравочные значения констант для заряженных частиц Стандартной Модели вычисляются аналогично.

Другие петлевые диаграммы КЭД, включая и многопетлевые, также остаются малыми и во всех случаях гравитационная саморегуляризация ведёт к достаточно малым петлевым вкладам в наблюдаемые. Как пример в Приложении приведены двухпетлевые поправки, вычисленные методом размерной регуляризации, где вместо логарифмического фактора фигурирует $1/\varepsilon \simeq \ln(\Lambda_g^2 / m_e^2)$. Это показывает, что ряды теории возмущений в КЭД сходятся.

2.2. Конечность других полей Стандартной Модели

В Стандартной Модели (СМ) физики частиц, основанной на группе симметрии $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ и спонтанном нарушении симметрии с дублетом комплексных скалярных полей [2,3], все петлевые диаграммы конечны из-за обрезания при Λ_g , а для калибровочных полей они ещё и малы из-за логарифмической зависимости от Λ_g и асимптотической свободы двух неабелевых калибровочных полей.

В электрослабой теории и квантовой хромодинамике петлевые поправки содержат большее число диаграмм, чем в КЭД, но и в этом случае вклады практически сводятся к отличиям эффективных констант в логарифмических факторах (9). При обычных расстояниях константы связи больше α , но с уменьшением расстояний они уменьшаются и при Λ_g становятся меньше α . В результате теория возмущений с поправками от малых расстояний сходится практически также быстро, как и в КЭД

В электрослабой теории и квантовой хромодинамике петлевые поправки содержат более богатый набор диаграмм, чем в КЭД, но и в них вклады практически сводятся к отличиям констант разложения перед логарифмическими факторами типа (9). При обычных расстояниях константы связи больше α , но с уменьшением расстояний они уменьшаются и при Λ_g становятся меньше α . Поэтому теория возмущений с поправками от малых расстояний сходится также быстро, как и в КЭД.

В СМ проблемы возникают только в секторе скалярного поля, необходимого для спонтанного нарушения локальных калибровочных симметрий

В СМ проблемы возникают только в секторе скалярных полей, вводимых для спонтанного нарушения симметрий. Петлевые интегралы для скалярного поля содержат вклады со степенным ростом Λ_g^n , которые дают конечный, но недопустимо большой вклад в наблюдаемые. Это означает, что, либо скалярные частицы составные, а их поле – эффективное, либо имеется иной механизм генерации масс частиц СМ, совместимый с известными фактами.

С учётом этого, СМ без нулевой энергии полей и с гравитационной регуляризацией при Λ_g становится конечной и последовательной, так как предсказываемые значения наблюдаемых конечны и согласуются с наблюдениями, хотя и с учётом последнего замечания о скалярном поле, которое следует рассматривать как предсказание СМ о природе этого поля.

2.3. Конечность киральных аномалий и их сокращение в СМ

Особый класс петлевых диаграмм составляют треугольные диаграммы только с фермионными пропагаторами, которые линейно растут с энергией обрезания Λ и ведут к киральным аномалиям [3].

При гравитационной регуляризации при Λ_g вклад таких диаграмм даёт выражение не с логарифмической, как в петлях с калибровочными бозонами, а с линейной зависимостью от Λ_g . В результате, такие диаграммы не расходятся, как считалось ранее, а конечны.

Тем не менее, даже будучи конечными, аномальные диаграммы дают настолько большой вклад в наблюдаемые величины, что становятся недопустимыми. Поэтому критерием состоятельности моделей физики частиц является взаимное сокращение аномалий в совокупности диаграмм для каждого наблюдаемого процесса.

В СМ имеет место именно такое сокращение киральных аномалий, что в своё время стало одним из главных критериев отбора как для кварковой модели, так и для моделей калибровочных полей [3].

Отметим, что киральная аномалия в феноменологических моделях с участием π мезонов, состоящих из кварка-антикварковой пары, не имеет отношения к фундаментальным полям и частицам, так как вводимые локальные поля и токи пионов является эффективными и ими нельзя оперировать на малых расстояниях.

Таким образом, гравитационная регуляризация при Λ_g делает ситуацию с киральными аномалиями в теориях калибровочных полей методологически

разумной, так как и здесь теория оперирует с конечными, хотя и весьма большими величинами, которые в конечном итоге сокращаются.

2.4. Конечная квантовая гравитация

Регуляризация петлевых вкладов собственным внешним гравитационным полем с обрезанием при Λ_g в целом сохраняется и для квантовой гравитации, поскольку гравитационное замедление времени только усиливается квантовополевыми эффектами гравитации.

Размерная константа связи в квантовой гравитации ведёт к степенным вкладам от гравитонных петлевых диаграмм. Однако, в отличие от скалярного поля, эффективная безразмерная константа связи GI_{pl}^2 при этом очень мала в большей части интервала энергий до Λ_g , так что петлевые вклады квантовой гравитации, как логарифмические, так и степенные, остаются малыми даже вблизи Λ_g .

В результате, квантовая гравитация оказывается не только конечной, но и есть возможность применять теорию возмущений. Физические наблюдаемые тогда можно представить в виде затравочных значений и малых квантово-полевых поправок. При разложении по этим эффективным константам связи ряды теории возмущений сходятся, что будет более детально обсуждаться в последующих публикациях и в книге [6].

3. Свидетельства и следствия конечности КТП

3.1. Свидетельства и следствия конечности теорий известных полей

Если переформулировка квантовой теорий поля в соответствие с физическими требованиями ОТО ведёт к её ультрафиолетовой конечности, то возникают вопросы о том, какие эксперименты подтверждают это, нужны ли дополнительные проверки, а также каковы следствия этого фундаментального факта?

Первое свидетельство конечности теорий известных из опыта полей – это согласие с экспериментом с высокой точностью следствий СМ. Эта точность ограничена в основном точностью самих экспериментов, точностью, с которой известны физические константы, а также точностью модельных приближений при расчётах поправок, которые можно со временем улучшать.

Наиболее точными и хорошо проверенными являются предсказания КЭД. Согласие с экспериментами КХД и электрослабой теории также убедительно. Малость вычисляемых масс, зарядов и магнитных моментов кварков и лептонов, где затравочные значения определяются из сравнения с наблюдаемыми значениями, также свидетельствует о малости петлевых поправок и сходимости теории возмущений, что косвенно подтверждает гравитационную регуляризацию.

Здесь может возникнуть вопрос, почему это подтверждает именно гравитационную, а не какую-то другую регуляризацию? Ответ состоит в том, что локальная КТП – это идеализированная модель, основанная на предположении о точечных частицах по меньшей мере вплоть до l_g . Долгие поиски в его рамках приводили лишь к произвольным регуляризациям, которые поэтому нужно было "снять". Гравитационная регуляризация же с одной стороны требуется ОТО и поэтому не может быть "снята", а с другой стороны оказалась единственной, которая обеспечила ультрафиолетовую конечность даже для «точечных» частиц.

Здесь может возникнуть вопрос, почему это подтверждает именно гравитационную, а не какую-то другую регуляризацию? Ответ состоит в том, что локальная КТП – это идеализированная модель, основанная на предположении о точности частиц по меньшей мере вплоть до l_g . Долгие поиски в его рамках не привели к регуляризации, которую нельзя было бы «снять». Гравитационная регуляризация же, которая с одной стороны обязательна в любом случае, а с другой стороны оказалась единственной, которая обеспечила ультрафиолетовую конечность даже для точечных частиц.

Следствия конечности СМ и квантовой гравитации многочисленны и нетривиальны. Здесь отметим лишь некоторые основные из них.

Во-первых, весьма удовлетворительным фактом является то, что КТП стала конечной и состоятельной при её приспособлении к уже известным и хорошо подтверждённым принципам физики, требования которых должны были быть учтены с самого начала. Хотя в прошлом это не было сделано по историческим причинам, важно то, что в конечном итоге это оказалось возможным сделать, сохранив все прежние достижения.

Во-вторых, отпадает необходимость в поиске и проверке весьма радикальных гипотез и это делает ситуацию в физике частиц более простым и здоровым, так как до сих пор нет экспериментальных свидетельств в пользу таких гипотез.

В-третьих, долгий начальный этап формирования КТП, когда она полагалась внутренне противоречивой и ожидалось некие серьёзные изменения в её основах, которые и должны были снять эти противоречия, теперь можно считать закончившимся.

В-четвёртых, при описании структуры вакуума полей физическая картина оказалась гораздо проще, так как гравитационное застывание исключает прежние гипотезы о «кипении» вакуума или «пене» на планковских масштабах.

И наконец, в-пятых, квантовая гравитация стала не только состоятельной, но и существенно более простой, чем ожидалось, так как свелась к однопетлевым гравитонным вкладам, тогда как вклады более высокого порядка оказались чрезвычайно малыми и ими можно пренебречь.

3.2. Следствия для моделей объединения, суперсимметрии и струн

После первого удачного опыта объединения в электрослабой теории попытки дальнейшего объединения полей СМ были естественными и останутся одним из главных направлений развития физики частиц.

Гравитационная регуляризация ещё более упрощает эту ситуацию предписанием о том, что теперь скалярные поля, как предположительно эффективные, не должны быть одним из объединяемых полей.

Кроме того, попытки объединения трёх калибровочных полей СМ в одно основывались на гипотезе, что при энергиях порядка 10^{15} ГэВ заряды этих трёх калибровочных полей становятся равными. В действительности же при гравитационной регуляризации на Λ_g в асимптотике этих трёх зарядов СМ их кривые пересекаются лишь попарно и в трёх разных точках, масштабы энергий которых отличаются на несколько порядков. Это свидетельствует о том, что в рамках СМ Большое Объединение трёх её взаимодействий либо исключается, либо нужны дополнительные факты, которые на данной стадии неизвестны.

Преимуществами суперсимметрии считались взаимные сокращения нулевых энергий бозонов и фермионов, а также конечность некоторых петлевых поправок. Но для этого массы бозонов и фермионов должны были быть одинаковыми, а также

должны были бы существовать суперпартнёры частиц. Из-за отсутствия нулевой энергии вакуума релятивистских полей и малости петлевых поправок благодаря гравитационной регуляризации нет нужды в гипотезе о такой симметрии. Различия же масс наблюдаемых частиц и разномножение числа фундаментальных частиц из-за необходимости суперпартнёров делают эту искусственную симметрию ещё и нереалистичной, по крайней мере на уровне уже известных частиц.

Ещё одним значительным упрощением ситуации в физике частиц является тот факт, что локальная КТП в 4-мерном пространстве-времени оказалась самодостаточной для решения прежних её проблем. Поэтому теперь для решения этих проблем нет нужды в привлечении гипотез о нелокальных первичных объектах, таких как струны, браны или петли, а также гипотез о существовании дополнительных измерений. Эти гипотезы и основанные на них модели сами по себе имели ряд внутренних противоречий и, формально решая некоторые из проблем, привносили ряд других, ещё более крупных и трудно решаемых проблем.

Поэтому удовлетворительным является прояснение того факта, что все эти модели, оставаясь интересными с точки зрения математической физики, перестают иметь прямого отношения к фундаментальной физике.

Особый класс моделей составляют модели на основе учёта топологически нетривиальных конфигураций полей. Часть таких моделей, с корректной с физической точки зрения постановкой решаемых задач, будет развиваться и далее, так как любой учёт нелинейных эффектов, тем более таких нетривиальных, позволит улучшить точность расчётов известных явлений, а также может привести к предсказанию и открытию новых явлений.

3.3. Следствия для составных моделей частиц

Составные модели частиц СМ представляют собой другое перспективное направление дальнейшего развития в дополнение к моделям объединения взаимодействий. Успех составных моделей существенно уменьшил бы число фундаментальных частиц, включая и переносчиков взаимодействия, что позволило бы значительно упростить модели объединения и сузило бы круг возможных кандидатов на такие модели.

Однако, до сих пор не было явных признаков наличия субструктуры у кварков и лептонов, и тем более у калибровочных бозонов, а предложенные модели не были в достаточной мере состоятельными и безупречными.

Гравитационная регуляризация открывает новые перспективы именно для составных моделей. Во-первых, предсказывается составной характер скалярного бозона, и притом в масштабах расстояний, которые могут быть доступны для экспериментов в недалёкой перспективе. В связи с этим теоретические проблемы составных моделей становятся наиболее актуальными и основные из них видимо вскоре будут решены.

Таким образом, более пристальное внимание к составным моделям и сосредоточение усилий на решении их проблем приведёт к тому, что дальнейший прогресс в физике частиц будет связываться с разумной с точки зрения исторической традиции перспективой - уменьшением числа первичных частиц и упрощением описывающих их моделей, включая и моделей объединения их взаимодействий.

Заключение

Согласно ОТО на планковской длине, гравитационном радиусе квантов планковской энергии, все процессы застывают в асимптотически-плоском пространстве внешних наблюдателей, по мировому времени которых и строятся S-

матрицы процессов. Застывание же квантовых флуктуаций ведёт к предельному красному смещению всех частот квантов вплоть до практического нуля. Тем самым внешнее гравитационное поле системы квантов с такой энергией, в частности в петлевой диаграмме, ведёт к гравитационной саморегуляризации частот всех квантов в области с размерами $2l_g$.

Нелинейность неабелевых калибровочных полей и квантовой гравитации делает гравитационные эффекты ещё сильнее, а значит застывание также происходит быстрее и на больших расстояниях, что ещё сильнее подавляет вклады больших энергий.

Инвариантное обрезание интегралов петлевых диаграмм при Λ_g даёт верхние оценки для поправок рядов теории возмущений, которые для калибровочных полей СМ и квантовой гравитации оказываются всё более уменьшающимися с числом петель. Это означает сходимость рядов теории возмущений для этих полей. Отметим, что этот вывод не изменится при дальнейшем уточнении расчётов, так как уточнение означает более раннее включение эффектов красного смещения, чем при Λ_g , что лишь ещё более уменьшит петлевые вклады.

Итак, КТП с учётом эффектов гравитационного замедления времени является ультрафиолетово-конечной. При этом теории неперенормируемых взаимодействий также являются ультрафиолетово-конечными, что делает их состоятельными в случае, когда эти поправки малы при обрезании интегралов при Λ_g . Одним из таких случаев и является квантовая гравитация.

Это означает, что в действительности в физике частиц никогда не было проблемы ультрафиолетовых расходимостей. Поэтому не было нужды и в новых гипотезах для решения этой проблемы. Такие радикальные гипотезы, как суперсимметрия или протяжённые фундаментальные объекты (струны, браны), а также введение высших измерений теперь не могут быть оправданы как способ решения этой проблемы. Теоретические основания для таких гипотез теперь отпадают, и они будут представлять интерес лишь тогда, когда появятся факты, которых пока нет.

В отличие от них, гипотезы о составной природе частиц СМ сохраняют свою значимость и будут активно развиваться. Более того, это направление теперь оказывается ещё и наиболее актуальным, так как скалярный бозон СМ должен быть составным, чтобы скалярное поле было эффективным, а не фундаментальным.

Более систематическое изложение истории и перспектив конечной КТП приводится в книге [6].

Приложения.

Константы перенормировки в КЭД в двухпетлевом приближении

Константы перенормировки в КЭД вплоть до двухпетлевых имеют вид:

$$\begin{aligned}
Z_1 &= 1 + \frac{\alpha}{4\pi} Z_1^{(1)} + \left(\frac{\alpha}{4\pi}\right)^2 Z_1^{(2)} + O(\alpha^3), \\
Z_2 &= 1 + \frac{\alpha}{4\pi} Z_2^{(1)} + \left(\frac{\alpha}{4\pi}\right)^2 Z_2^{(2)} + O(\alpha^3), \\
Z_3 &= 1 + \frac{\alpha}{4\pi} Z_3^{(1)} + \left(\frac{\alpha}{4\pi}\right)^2 Z_3^{(2)} + O(\alpha^3).
\end{aligned} \tag{27}$$

Здесь однопетлевые ($Z_i^{(1)}$) и двухпетлевые ($Z_i^{(2)}$) факторы могут быть вычислены различными методами, иногда более удобными, чем просто обрезание. Их результаты в основном совпадают, так как небольшие отличия лишь немного меняют значения «голых» масс и зарядов.

Ниже, как пример, приведены результаты расчётов в методе размерной регуляризации. Этот метод очень формален, но упрощает вычисления и делает их более компактными, чем в физически более обоснованных регуляризациях.

В этом случае вместо логарифмического фактора фигурирует фактор $1/\varepsilon \approx \ln(\Lambda_g^2 / m_e^2)$ и константы из (27) принимают вид [7]:

$$\begin{aligned}
Z_1^{(1)} &= -\frac{3}{\varepsilon} - 4 + O(\alpha), & Z_1^{(2)} &= \frac{155}{12\varepsilon} + \frac{5}{2\varepsilon^2} + a_1^{(2)} + O(\alpha), \\
Z_2^{(1)} &= -\frac{3}{\varepsilon} - 4 + O(\alpha), & Z_2^{(2)} &= \frac{55}{4\varepsilon} + \frac{9}{2\varepsilon^2} + a_2^{(2)} + O(\alpha), \\
Z_3^{(1)} &= -\frac{4}{3\varepsilon} + O(\alpha), & Z_3^{(2)} &= -\frac{2}{\varepsilon} - 15 + O(\alpha).
\end{aligned} \tag{28}$$

Здесь

$$\begin{aligned}
a_1^{(2)} &= \frac{1169}{24} + 48\zeta(2)\ln 2 - 12\zeta(3) - \frac{87}{2}\zeta(2), \\
a_2^{(2)} &= \frac{7685}{72} + \left(96\ln 2 - \frac{211}{2}\right)\zeta(2) - 24\zeta(3),
\end{aligned} \tag{29}$$

где $\zeta(n)$ - дзета-функция Римана, причём в частном случае $\zeta(2) = \pi^2 / 6$.

Литература

1. Закир З. (2020) *Квант. и грав. физ.*, **1:001-7128**.
2. Бьёркен Дж., Дрелл С. (1964) *Релятивистская квантовая теория*. М.
3. Вайнберг С. *Квантовая теория полей*. Т. 1-3. 1995.
4. Окунь Л.Б. и др. (1999) *УФН*, **169**(10).1110.
5. Закир З. (2006) *Теор. физ., астрофиз. и космол.* **1**(3) 30.
6. Закир З. (2020) *Конечная квантовая теория поля*. ЦТФА, Т.
7. Hönemann I., et al (2018) *Phys. Rev.*, D **98**, 113008.