

Рост площади тени с ростом заряда и углового момента в метрике Керра-Ньюмана с неприводимой массой

Захид Закир¹

Аннотация

Стандартная форма метрики Керра-Ньюмана (КН) содержит полную массу заряженного вращающегося источника, которая включает массу нейтрального невращающегося источника («неприводимую» массу), а также масс-эквиваленты энергий вращения и электрического поля. Согласно массовой формуле Кристоделу-Руффини, при постоянной неприводимой массе полная масса растёт с ростом углового момента и заряда. Однако, игнорируя этот факт, при изучении зависимости эффектов гравитации от параметров полная масса полагалась постоянной при меняющихся угловом моменте и/или заряде, и эта ошибка приводила к физически абсурдным результатам, будто увеличение заряда и/или углового момента, увеличивая энергию источника, ослабляет эффекты гравитации. Недавно автором было введено понятие метрик с независимыми параметрами и был сформулирован новый метод описания эффектов гравитации с их помощью, ведущий к физически корректным результатам (З. Закир 2022). Метрика КН также была выражена через независимые параметры, в частности через неприводимую массу, не зависящую от заряда и углового момента (З. Закир 2023). Было показано, что в метрике КН с неприводимой массой рост заряда и углового момента не ослабляет эффекты гравитации, как было принято до сих пор, а наоборот, усиливает все эти эффекты, как и должно быть при росте энергии источника. В данном кратком сообщении приводятся результаты для тени в метрике КН с неприводимой массой. Приведены 9 контуров тени при трёх значениях каждого из двух параметров. Показано, что, как и в случае других эффектов гравитации, увеличение заряда и/или углового момента, усиливая гравитацию источника, усиливает и этот эффект, что выражается в увеличении площади тени.

Ключевые слова: заряженная звезда, вращающаяся звезда, массовая формула Кристоделу-Руффини, полная масса, метрики с независимыми параметрами

Стандартная метрика Керра-Ньюмана (КН) вне заряженного вращающегося тела содержит его полную массу M , определяемую из перехода к метрике Шварцшильда при $r \rightarrow \infty$. В на экваториальной плоскости $\theta = \pi/2$ она имеет вид (в координатах Бойера-Линквиста) (обозначения и ссылки см. в [1,2]):

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2M}{r} + \frac{Q^2}{r^2}\right) dt^2 - \frac{r^2}{\Delta} dr^2 + \frac{2a}{r} \left(2M - \frac{Q^2}{r}\right) d\varphi dt - \left[r^2 + a^2 + \frac{a^2}{r} \left(2M - \frac{Q^2}{r}\right) \right] d\varphi^2, \quad \Delta = r^2 + a^2 + Q^2 - 2Mr. \quad (1)$$

Здесь полная масса M содержит массу M_0 вещества источника в состоянии без заряда и углового момента, а также масс-эквиваленты энергий электрического поля и вращения. Поэтому M зависит от трёх независимых параметров - массы нейтрального невращающегося тела M_0 , заряда Q и параметра вращения $a = J/M$ (углового момента на единицу массы источника). Это значит, что входящий в метрику КН полная

¹ *Центр теоретической физики и астрофизики, Ташкент Узбекистан, zzakir@qgph.uz ORCID*

масса M не является независимым параметром и, при постоянном M_0 , она меняется при изменении каждого из двух других параметров a и Q .

Возможны различные определения зависимости M от a и Q , отличающиеся модельными предположениями об источнике и его окружении [1-6]. Наиболее известная, ставшая общепринятой, это - массовая формула Кристодолу-Руффини (КР) [3,4]:

$$M^2 = \left(M_{ir} + \frac{Q^2}{4M_{ir}} \right)^2 + \frac{J^2}{4M_{ir}^2}, \quad (2)$$

где M_{ir} - «неприводимая масса», определённая в [3] как остаточная масса источника после удаления его заряда и углового момента специфическим способом. В первом приближении M_{ir} совпадает с M_0 и можно положить $M_{ir} \simeq M_0$. Подстановка в формулу КР (2) выражения для углового момента источника $J = Ma$ позволяет записать (2) в более удобном для применений виде $M = f(M_{ir}, a, Q)$, когда M выражается только через взаимно независимые параметры [6]:

$$M = M_{ir} \frac{1 + Q^2 / 4M_{ir}^2}{\sqrt{1 - a^2 / 4M_{ir}^2}}, \quad J = Ma. \quad (3)$$

Отметим, что есть слабая косвенная зависимость a от M_{ir} и Q , но в данном сообщении будем пренебрегать такой тонкой структурой «спектра» источника, полагая M_{ir} , Q и a независимыми параметрами в пределах точности достаточной для задач астрофизики.

Хотя формула КР (2) была получена с использованием гипотетических способов извлечения энергии вращения тела, тем не менее качественно ход зависимости M от двух других параметров передаётся ею верно, а небольшие отличия от других массовых формул в учёте энергии вращения чисто количественные и достаточно малые [1,2,6].

Поэтому в [6] для выражения метрики КН в терминах независимых параметров в общем случае была использована массовая формула КР (2) и была получена метрика КН с неприводимой массой. В частности, подстановкой массовой формулы (3) в (1) была получена метрика КН с неприводимой массой на экваториальной плоскости:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2M_{ir}}{r} \frac{1 + Q^2 / 4M_{ir}^2}{\sqrt{1 - a^2 / 4M_{ir}^2}} + \frac{Q^2}{r^2} \right) dt^2 - \frac{r^2}{\Delta_{ir}} dr^2 - (r^2 + a^2) d\varphi^2 - \frac{a^2}{r} \left(2M_{ir} \frac{1 + Q^2 / 4M_{ir}^2}{\sqrt{1 - a^2 / 4M_{ir}^2}} - \frac{Q^2}{r} \right) d\varphi^2 + \frac{2a}{r} \left(2M_{ir} \frac{1 + Q^2 / 4M_{ir}^2}{\sqrt{1 - a^2 / 4M_{ir}^2}} - \frac{Q^2}{r} \right) d\varphi dt, \quad (4)$$

$$\Delta_{ir} = r^2 + a^2 + Q^2 - 2rM_{ir} \frac{1 + Q^2 / 4M_{ir}^2}{\sqrt{1 - a^2 / 4M_{ir}^2}}. \quad (5)$$

В данном кратком сообщении, где изучается параметрическая зависимость контура тени заряженного вращающегося источника, будет использована именно эта форма метрики КН. Более детальное рассмотрение и обсуждение будут приведены в [1,2]. Здесь же приведём лишь конечную формулу для контура тени и полученные графики в стандартной (1) и новой (4) формах метрики КН.

При построении контура тени компактного источника метрики КН будем следовать статье А. де Вриса 2000 г. [7] (обзор литературы см. в [8,9]), где было дано одно из первых детальных исследований тени в стандартной форме метрики КН (1). Контур тени на экваториальной плоскости рисуется на плоскости перпендикулярной к оси, соединяющей наблюдателя и центр источника. Обозначив абсциссу на этой плоскости как α , а ординату как β , и решая уравнения движения для фотонов в метрике КН, для координат точек контура тени были получены выражения [7]:

$$\alpha(r) = \frac{M(r^2 - a^2) - rQ^2 - r(r^2 + a^2 + Q^2 - 2Mr)}{a(M - r)}, \quad (6)$$

$$\beta(r) = \pm \frac{r\sqrt{4a^2(Mr - Q^2) - [r(r - 3M) + 2Q^2]^2}}{a(M - r)}. \quad (7)$$

Рассматривая эту систему уравнений как параметрическое задание функции $\beta(\alpha)$ где параметром выступает r , и рисуя её график, можно получить контур тени.

В [7] контуры тени были построены с использованием стандартной формы метрики КН (1) и изменяя a и Q при условии постоянства полной массы $M = \text{const}$. Были приведены графики 16 контуров для четырёх значений каждого из двух параметров: $a, Q = 0, 1/2, \sqrt{3}/2, 1$ (Рис. 1).

Однако, условие $M = \text{const}$ при меняющихся a и Q было нефизическим, что очевидно из массовой формулы КР (2) - (3). Это и привело к физически абсурдному результату, когда с ростом a и Q контур тени сужается и площадь тени уменьшается [7]. С физической же точки зрения рост a и Q увеличивает энергию источника и поэтому должен усиливать эффекты гравитации, увеличивая площадь контура тени.

В данном сообщении эти же контуры тени построены с использованием метрика КН с неприводимой массой (3)-(4) и при физически корректном условии $M_{ir} = \text{const}$. Это затем и привело к противоположному к [7] результату, который однако естественен с физической точки зрения. А именно, приведённые на Рис. 2 9 контуров при трёх значениях каждого из параметров $a, Q = 0, 1/2, 1$ показали, что рост a и Q при физически естественном условии $M_{ir} = 1$ ведёт к увеличению площади контура тени.

Как было отмечено выше и в [6], именно этот результат является физически корректным, так как рост a и Q усиливает эффекты гравитации, в том числе и эффект тени, что и проявляется в росте его площади и изменении характера деформации. Более детальное описание следствий метрик с независимыми параметрами и их дальнейших применений будут приведены в статье [1] и в книге [2].

Литература

1. Закир З. (2023) Направлен в Узб. Физ. Журн.
2. Закир З. (2023) Метрики с независ. парам. вне зарядж. и вращ. источ. ЦТФА, Т.
3. Christodoulou D., Ruffini R. (1971) *Phys. Rev.*, **D4**, 3552.
4. Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж. (1977) Гравитация. т. 3. Мир.
5. Закир З. (2022) *Квант. и грав. физ.*, **3:016-7694**, **3:017-7694**, **3:018-7715**.
6. Закир З. (2023) *Квант. и грав. физ.*, **4:022-8074**.
7. de Vries A. (2000) *Class. and Quant. Grav.*, **17**, 123.
8. Grenzebach A. (2017) *The Shadow of BHs*. Springer.
9. Perlick V., Tsupko O. (2022) *Phys. Rep.*, **947**, 1-39.

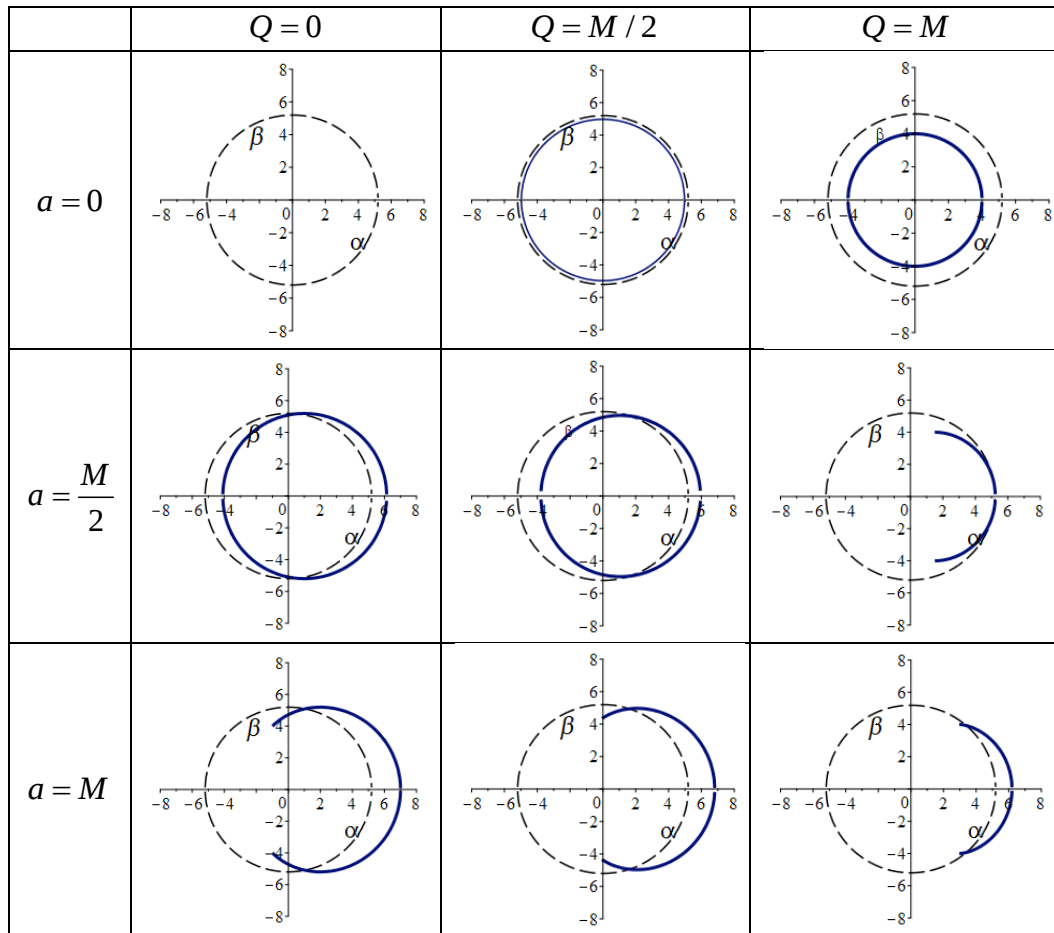


Рис. 1. Контур тени компактного источника в стандартной форме метрики Керра-Ньюмана (1) при условии $M = \text{const} = 1$ согласно формулам (6)-(7) ($\theta = \pi / 2$) (см. [7]).

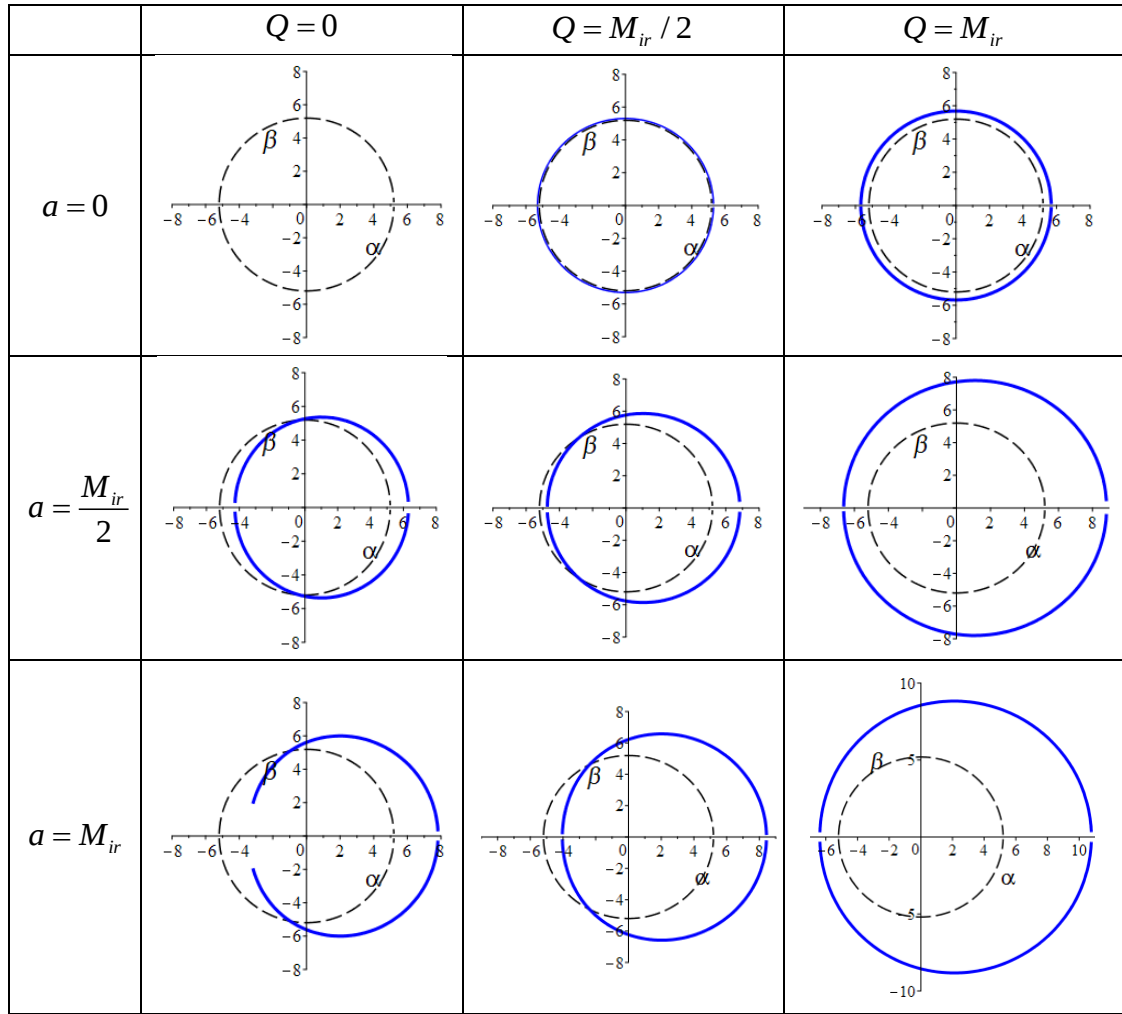


Рис. 2. Контур тени компактного источника в метрике Керра-Ньюмана с неприводимой массой (4) при подстановке (3) в формулы (6)-(7) и условии $M_{ir} = const = 1$ ($\theta = \pi / 2$) (см. [6]).