

Основы время-симметричной физики. 2. Квантовая теория поля

Захид Закир¹

Аннотация

Время симметричная теория (ВСТ), описанная в первой статье и основанная на принципе эквивалентности физики частиц, применяется к квантовым полям и формулируется время-симметричная квантовая теория поля. Этот принцип исходит из интерпретации Зисмана-Штюкельберга-Фейнмана, где античастицы описываются как частицы отрицательной энергии, движущиеся назад во времени, и обобщает её на системы покоя таких частиц, которые также движутся назад во времени. В ВСТ релятивистские поля описываются комплексными полевыми операторами, а наблюдаемые автоматически нормально упорядочены. Поэтому при время-симметричном квантовании (ВСК) поля энергии и заряд вакуума исчезают и нет проблемы космологической постоянной. В ВСТ вероятности состояний положительны, а потоки вероятности могут иметь два знака в зависимости от направления эволюции по оси времени. Оператор тока взаимодействия определяется как произведение потока вероятности и матрицы констант взаимодействия. Рассмотрены применения ВСТ к полям Стандартной Модели и к полю гравитонов. В ВСК причинные пропагаторы возникают естественно из время-симметричного хронологического упорядочения операторов полей. ВСК корректно описывает наблюдаемые эффекты, так как в терминах обычного времени ведёт к стандартной диаграммной технике, превратив математические рецепты последней в логические следствия физических принципов.

Ключевые слова: квантование, нулевая энергия, диаграммная техника, Стандартная Модель, космологическая постоянная, калибровочные поля, электрослабая теория

Содержание

1. ВВЕДЕНИЕ	1
2. СИММЕТРИЧНОЕ ПО ВРЕМЕНИ КВАНТОВАНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ПОЛЕЙ	3
2.1. РЕЛЯТИВИСТСКИЕ ПОЛЯ В ВСТ	3
2.2. КОМПЛЕКСНЫЕ СКАЛЯРНОЕ И ВЕКТОРНОЕ ПОЛЯ	3
2.3. ФЕРМИОННОЕ ПОЛЕ	5
3. БОЗОНЫ СТАНДАРТНОЙ МОДЕЛИ И ГРАВИТОНЫ В ВСТ	8
3.1. БЕЗМАССОВЫЕ КАЛИБРОВОЧНЫЕ ПОЛЯ И ПОЛЕ ГРАВИТОНОВ	8
3.2. КВАНТОВАНИЕ МАССИВНЫХ БОЗОННЫХ ПОЛЕЙ ЭЛЕКТРОСЛАБОЙ ТЕОРИИ	9
4. КОММУТАТОРЫ, ВРЕМЯ-СИММЕТРИЧНОЕ УПОРЯДОЧЕНИЕ И ПРОПАГАТОРЫ	10
4.1. КОММУТАТОРЫ ПОЛЕЙ И ВРЕМЯ-СИММЕТРИЧНОЕ УПОРЯДОЧЕНИЕ ОПЕРАТОРОВ ..	10
4.2. ПРИЧИННЫЕ ПРОПАГАТОРЫ ПОЛЕЙ	10
5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ	13
ЛИТЕРАТУРА	13

1. Введение

Время-симметричная теория (ВСТ), основанная на принципе эквивалентности физики частиц, в первой статье [1] была применена к релятивистской квантовой механике. В данной статье ВСТ применяется к квантовой теории поля (КТП) и формулируется *время-симметричная КТП*, основы которой в предварительной форме были изложены в статьях [2].

¹ *Центр теоретической физики и астрофизики, Ташкент Узбекистан, zzakir@qgph.uz ORCID*

Указанный принцип эквивалентности является дальнейшим обобщением широко применяемой в физике частиц интерпретации Зисмана-Штюкельберга-Фейнмана (ЗШФ) [3,4,5] (см. [6,7]). В интерпретации ЗШФ выражен тот хорошо известный факт, что описание античастиц положительной энергии, идущих вперёд в пространстве и времени, формально эквивалентно описанию частиц отрицательной энергии идущих назад в пространстве и времени. В ВСТ это применяется также и к системам покоя частиц отрицательной энергии, которые также движутся назад в пространстве и времени, и в этой более общей форме формулируется как *принцип эквивалентности физики частиц*.

При квантовании полей было принято считать, что интерпретация ЗШФ ведёт к отрицательным вероятностям для состояний отрицательной энергии (см. [8]). Поэтому эта интерпретация считалась несовместимой с КТП. В результате, формулировка КТП с частицами и античастицами положительной энергии, где вакуум есть состояние с наименьшей энергией, была принята как стандартная [9,10]. В этой формулировке операторы античастиц вводились вручную путём замены операторов рождения (уничтожения) частиц отрицательной энергии на операторы уничтожения (рождения) античастиц положительной энергии: $a_{-k}^+ \rightarrow b_k$ ($a_{-k} \rightarrow b_k^+$). Однако результатом такой искусственной замены стало появление в вакууме расходящейся нулевой энергии (и нулевого заряда для заряженных полей), даже когда её не было при отрицательных энергиях, в частности для комплексных полей [2].

При решении практических задач эта проблема, фактически катастрофа, с энергией (и зарядом) вакуума прагматично игнорировалась. Для этого постулировался рецепт нормального упорядочения, ещё более искусственной ручной операции, означавшем отбрасывание расходящейся энергии (и заряда) вакуума. Однако существование гравитации не позволяло просто игнорировать такую большую энергию вакуума. Поэтому стандартная формулировка КТП, ввиду явного противоречия с общей теорией относительности, фактически была несостоятельной. Эту фундаментальную проблему, деликатно названную проблемой космологической постоянной, также не удалось решить практически во всех попытках обобщения КТП и Стандартной Модели (СМ) [11].

В то же время, при возврате к ковариантной формулировке КТП с отрицательными энергиями проблема с энергией вакуума отпадает в частном случае комплексных полей. В [2] был развит именно такой подход и был сформулирован метод *симметричного по времени квантования* (ВСК), обеспечивший согласование интерпретации ЗШФ и квантовой теории поля. В ВСК вероятности состояний положительны и нет вклада комплексных полей в космологическую постоянную. В данной статье показано, что ВСК есть часть ВСТ и с этой более общей точки зрения уточнены некоторые аспекты ВСК.

В частности, показывается, что физическим степеням свободы релятивистских полей соответствуют комплексные полевые операторы, которым всегда сопоставляется соответствующий поток вероятности. Если степени свободы соответствуют заряженным состояниям, то оператор тока взаимодействия есть произведение потока вероятности, существующего для любого поля, и матрицы констант взаимодействия.

В статье показано, что ВСК ведёт к логически последовательной и состоятельной с физической точки зрения формулировке КТП без нулевой энергии (и заряда) вакуума. В частности, физические степени свободы поля фотонов, как и других безмассовых калибровочных полей и поля гравитонов, будучи поперечными компонентами поля, описываются как комплексное скалярное поле с киральным зарядом, роль которого играет спиральность.

В статье показывается, что в ВСК причинные пропагаторы и диаграммная техника строятся естественным образом без прежних эвристических правил, а конечные результаты совпадают с результатами стандартной диаграммной техники. Тем самым ВСК корректно описывает известные наблюдаемые эффекты.

Применение ВСК к свободным скалярным и фермионным полям дано в разделе 2. В разделе 3 ВСК применено к бозонным полям СМ и к полю гравитонов. В разделе 4

рассмотрены пропагаторы, взаимодействующие поля и диаграммная техника. Более детальное изложение ВСК в КТП дано в книге [12].

2. Симметричное по времени квантование релятивистских полей

2.1. Релятивистские поля в ВСТ

В интерпретации ЗШФ описание античастиц положительной энергии, идущих вперёд в пространстве и времени, эквивалентно описанию частиц отрицательной энергии, идущих назад в пространстве и времени. В ВСТ вводятся также системы покоя последних, состоящие из частиц отрицательной энергии, которые также идут назад в пространстве и времени.

В результате группа преобразований систем координат таких систем отсчёта расширяется, учитывая их удвоение, а переходы между двумя классами систем координат даётся 4-инверсией. Последняя включает изменение знаков 4-векторов, в частности $x_-^\mu = -x^\mu$, $p_-^\mu = -p^\mu$, $\mu = 0, 1, 2, 3$, а также действие на биспинорные волновые функции оператора 4-инверсии $PT = \gamma^5$ вместе с оператором лоренц-преобразования S . Здесь будут рассмотрены также операторы 4-инверсии PT , действующие на операторы рождения-уничтожения квантов полей.

Релятивистская квантовая теория полей проще и естественна именно в ковариантной форме, когда нет античастиц и есть лишь частицы обоих знаков энергии. Поэтому далее в статье рассматривается ВСК, основанное на применении ВСТ к релятивистским квантовым полям.

Энергия k_0 квантов релятивистского поля связана с импульсом $\mathbf{k}$ соотношением

$k_{0\pm} = \pm\omega_k$, $\omega_k = \sqrt{\mathbf{k}^2 + m^2}$ и полный набор решений уравнений поля включает состояния с обеими знаками энергии. Это удваивает гильбертово пространство состояний квантового поля независимо от его тензорных свойств и спина кванта, одно из которых относится к частицам положительной энергии, а другое к их античастицам, описываемым в терминах частиц отрицательной энергии.

Комплексные волновые функции состояний, которые в релятивистской квантовой механике удовлетворяли уравнению Клейна-Гордона (КГ), Дирака и т.д., теперь становятся операторами поля, которые удовлетворяют тому же уравнению.

По этим двум причинам релятивистские поля описываются в ВСТ комплексными полевыми функциями.

2.2. Комплексные скалярное и векторное поля

Функция действия для комплексного скалярного поля $\phi(\mathbf{x}, t)$ и его эрмитово сопряжённой компоненты $\phi^+(\mathbf{x}, t)$ принимает вид:

$$S = \int d^4x (\partial_\mu \phi^+ \cdot \partial^\mu \phi - m^2 \phi^+ \phi). \quad (1)$$

Соответствующие гамильтониан H , оператор тока вероятности J_0 и канонические импульсы равны:

$$H = \int d^3x (\pi \pi^+ + \nabla \phi^+ \cdot \nabla \phi + m^2 \phi^+ \phi), \quad (2)$$

$$J_0 = i \int d^3x (\phi^+ \pi^+ - \pi \phi), \quad (3)$$

$$\pi = \frac{\partial L}{\partial(\partial_t \phi)} = \partial_t \phi^+, \quad \pi^+ = \frac{\partial L}{\partial(\partial_t \phi^+)} = \partial_t \phi. \quad (4)$$

Уравнения поля и одновременные коммутаторы операторов поля имеют вид:

$$(\partial_\mu \partial^\mu - m^2)\phi = 0, \quad (\partial_\mu \partial^\mu - m^2)\phi^+ = 0. \quad (5)$$

$$[\phi(\mathbf{x}, t), \pi(\mathbf{x}', t)] = [\phi^+(\mathbf{x}, t), \pi^+(\mathbf{x}', t)] = i\delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{x}'). \quad (6)$$

Полевые операторы и операторы канонического импульса далее разлагаются по решениям уравнений поля (5):

$$\phi(x) = \phi_+ + \phi_- = \int d\tilde{k} (a_k e^{-ikx} + a_{-k} e^{ikx}), \quad (7)$$

$$\phi^+(x) = \phi_+^+ + \phi_-^+ = \int d\tilde{k} (a_k^+ e^{ikx} + a_{-k}^+ e^{-ikx}),$$

$$\pi(x) = \pi_+ + \pi_- = i \int d\tilde{k} \omega_k (a_k^+ e^{ikx} - a_{-k}^+ e^{-ikx}), \quad (8)$$

$$\pi^+(x) = \pi_+^+ + \pi_-^+ = -i \int d\tilde{k} \omega_k (a_k e^{-ikx} - a_{-k} e^{ikx}).$$

$$\int d\tilde{k} \equiv \int \frac{d^2 k}{(2\pi)^3 2\omega_k},$$

Подставив (7)-(8) в (6) получаем коммутаторы для операторов рождения-уничтожения квантов поля обоих знаков энергии, ненулевые из которых есть:

$$[a_k, a_{k'}^+] = 2\omega_k (2\pi)^3 \delta^3(\mathbf{k} - \mathbf{k}'), \quad (9)$$

$$[a_{-k}, a_{-k'}^+] = -2\omega_k (2\pi)^3 \delta^3(\mathbf{k} - \mathbf{k}'). \quad (10)$$

Следствия знака минус в (10) рассмотрены ниже. Наблюдаемые поля (2)-(3) выражаются через эти лестничные операторы в виде:

$$H = \int d\tilde{k} \omega_k (a_k^+ a_k + a_{-k}^+ a_{-k}), \quad (11)$$

$$J_0 = \int d\tilde{k} (a_k^+ a_k - a_{-k}^+ a_{-k}). \quad (12)$$

Операторы уничтожения определяют вакуумы для обоих типов частиц:

$$a_k |0\rangle = 0, \quad a_{-k} |0\rangle = 0, \quad (13)$$

в которых, как видно из (11)-(12), нет нулевой энергии и нулевого тока вероятности. Одночастичные состояния определены как:

$$a_k^+ |0_+\rangle = |k\rangle, \quad a_{-k}^+ |0_-\rangle = |-k\rangle. \quad (14)$$

Рассмотрим теперь норму и амплитуду вероятности состояний с отрицательной энергией. До сих пор было принято считать, что отрицательный знак коммутатора в (10) ведёт к отрицательной норме одночастичных состояний в фоковском пространстве. В действительности же, при записи (9)-(10) в общем виде:

$$\langle \pm k' | \pm k \rangle = \langle 0_\pm | a_{\pm k}^+ a_{\pm k} | 0_\pm \rangle = 2k_{0\pm} (2\pi)^3 \delta^3(\mathbf{k} - \mathbf{k}'), \quad (15)$$

видно, что в этой нормировке во-первых, знак коммутатора в (10) относится лишь к знаку энергии кванта $k_{0\pm} = \pm \omega_k$, а во-вторых этот матричный элемент даёт не плотность вероятности состояния, а плотность потока вероятности частиц с этой энергией. Поскольку плотность потока вероятности есть произведение энергии на плотность

вероятности, то сама плотность вероятности остаётся положительной, а энергия меняет знак в зависимости от направления потока вдоль оси времени.

Волновая функция (амплитуды вероятности) одночастичного состояния $\psi_{-k}(x)$ даётся матричным элементом от полевого оператора (7) (см. [9,10]):

$$\begin{aligned}\psi_{-k}(x) &= \langle 0_- | \phi(x) | -k \rangle = \int d\tilde{k}' \langle 0_- | a_{-k'} | -k \rangle e^{ik'x} = \\ &= \int d\tilde{k}' \langle 0_- | a_{-k'} a_{-k'}^+ | 0_- \rangle e^{ik'x} = -e^{ikx}.\end{aligned}\quad (16)$$

Отрицательный знак потока вероятности в (15) меняет знак волновой функции в (16), но не меняет знак вероятности, так как выражения для вероятности билинейно по ψ .

В связи с этим следует отметить, что включении энергии кванта в нормировочные коэффициенты волновых функций, прямо или через полевые операторы, меняет физический смысл матричных элементов. В случае скалярной частицы матричные элементы, которые в нерелятивистской теории давали вероятности, в релятивистской теории дают потоки вероятности, которые имеют разный знак для частиц, идущих в противоположные направления оси времени.

Итак, отрицательность нормы одночастичного состояния (10) (и многочастичных состояний с нечётным числом частиц) выражает лишь тот факт, что в ВСТ эта норма даёт поток вероятности вдоль оси времени, который в данном случае направлен обратно этой оси, тогда как сама вероятность состояния остаётся положительной.

Массивное комплексное векторное поле $B_\mu(x)$ содержит вектор поляризации $\varepsilon_{\mu k}^\lambda$, и его частотное разложение имеет вид [9,10]:

$$\begin{aligned}B_\mu(x) &= \sum_\lambda \int d\tilde{k} (a_{k\lambda} \varepsilon_{\mu k}^\lambda e^{-ikx} + a_{-k\lambda}^+ \varepsilon_{\mu k}^{\lambda+} e^{ikx}), \\ B_\mu^+(x) &= \sum_\lambda \int d\tilde{k} (a_{k\lambda}^+ \varepsilon_{\mu k}^{\lambda+} e^{ikx} + a_{-k\lambda} \varepsilon_{\mu k}^\lambda e^{-ikx}).\end{aligned}\quad (17)$$

После выделения трёх независимых степеней свободы, каждая из них квантуется в данной системе отсчёта независимо как три комплексных скалярных поля. Поэтому гамильтониан и оператор тока вероятности векторного поля имеют вид:

$$\begin{aligned}H &= \sum_\lambda \int d\tilde{k} \omega_k (a_{k\lambda}^+ a_{k\lambda} + a_{-k\lambda}^+ a_{-k\lambda}), \\ J_0 &= \sum_\lambda \int d\tilde{k} (a_{k\lambda}^+ a_{k\lambda} - a_{-k\lambda}^+ a_{-k\lambda}).\end{aligned}\quad (18)$$

Они также не содержат нулевой энергии и нулевого тока вакуума.

Этот результат об отсутствии нулевой энергии комплексного векторного поля, полученный в одной системе отсчёта, справедлив для всех систем отсчёта из-за инвариантности вакуума.

2.3. Фермионное поле

В ВСТ дираковская теория поля фермионов не меняется для состояний положительной энергии и спина $1/2$, эволюционирующих вперёд во времени в обычной инерциальной системе отсчёта K_+ . Фермионное поле ψ_+ разлагается по волновым функциям свободных частиц положительной энергии с 4-импульсами p^μ :

$$\psi_+(x) = 2m \sum_\alpha \int d\tilde{p} b_{p\alpha} u_p^\alpha e^{-ipx}, \quad \psi_+^+(x) = 2m \sum_\alpha \int d\tilde{p} b_{p\alpha}^+ u_p^{\alpha+} e^{ipx}. \quad (19)$$

Биспиноры u_p^α обычно находят в системе покоя этих частиц K_+ , а затем обратным преобразованием Лоренца получают их вид в K_+ , где частицы двигаются [6,7].

Описание же отрицательно-энергетических состояний фермионного поля в ВСТ, как и в релятивистской квантовой механике [1], существенно модифицируется по сравнению с дираковской теорией. Эти состояния, описываемые биспинорами ψ_-^α в инерциальной системе отсчёта K_- , идут назад в обычном времени, как и сама K_- , и в этой системе отсчёта с координатами x_-^μ , их импульсное разложение подобно (19):

$$\psi_-(x_-) = 2m \sum_\alpha \int d\tilde{p} b_{-p\alpha} u_{-p}^\alpha e^{-ip \cdot x_-}, \quad \psi_+^\alpha(x_-) = 2m \sum_\alpha \int d\tilde{p} b_{-p\alpha}^+ u_{-p}^{\alpha+} e^{ip \cdot x_-}. \quad (20)$$

Биспиноры u_{-p}^α теперь следует находить сначала в системе покоя частиц отрицательной энергии K_-' . Затем, обратным преобразованием Лоренца, можно будет получить их вид в K_- , где эти частицы двигаются, и только затем, преобразованием 4-инверсии, можно будет получить их вид в K_+ . При этом, как будет показано ниже, результат совпадёт с v_p^α , но из-за дополнительной операции 4-инверсии $\bar{u}_{-p}^\alpha$ перейдёт не в $\bar{v}_p^\alpha$, а в $-\bar{v}_p^\alpha$, что изменит знак всех билинейных форм, где присутствует $\bar{v}_p^\alpha$.

Отметим, что прежняя практика, когда в рамках интерпретации ЗШФ вид v_p^α находили в той же системе отсчёта, где покоится частица положительной энергии (см. [6,7]), была ошибочной, так как у частиц с противоположными знаками 4-импульса нет общей системы покоя.

В [2] было показано, что в ВСТ действие для поля Дирака в обычной системе отсчёта K_+ , идущей вперёд во времени, приводится к стандартному виду ($\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$):

$$S = \int d^4x \left(\frac{i}{2} [\bar{\psi} \gamma^\mu (\partial_\mu \psi) - (\partial_\mu \bar{\psi}) \gamma^\mu \psi] - m \bar{\psi} \psi \right). \quad (21)$$

Отсюда следуют гамильтониан, оператор тока вероятности и уравнение Дирака:

$$H = \frac{i}{2} \int d^3x [\bar{\psi} \gamma^0 (\partial_t \psi) - (\partial_t \bar{\psi}) \gamma^0 \psi], \quad (22)$$

$$J_0 = \int d^3x \bar{\psi} \gamma^0 \psi, \quad (23)$$

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0, \quad \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m) = 0. \quad (24)$$

Частотное разложение операторов поля по решениям (24) даёт:

$$\begin{aligned} \psi(x) &= \psi_+ + \psi_- = 2m \sum_\alpha \int d\tilde{p} (b_{p\alpha} u_p^\alpha e^{-ipx} + b_{-p\alpha} v_p^\alpha e^{ipx}), \\ \psi^\dagger(x) &= \psi_+^\dagger + \psi_-^\dagger = 2m \sum_\alpha \int d\tilde{p} (b_{p\alpha}^+ u_p^{\alpha+} e^{ipx} + b_{-p\alpha}^+ v_p^{\alpha+} e^{-ipx}). \end{aligned} \quad (25)$$

Для билинейных форм положительно-энергетических биспиноров $u_p^{\alpha'}$ имеют место стандартные соотношения ($E_p = (\mathbf{p}^2 + m^2)^{1/2}$):

$$\bar{u}_p^\alpha u_p^{\alpha'} = \delta^{\alpha\alpha'}, \quad \bar{u}_p^\alpha \gamma^0 u_p^{\alpha'} = \frac{E_p}{m} \delta^{\alpha\alpha'}, \quad \sum_\alpha u_p^\alpha \bar{u}_p^\alpha = \frac{\gamma p + m}{2m}. \quad (26)$$

В ВСТ для состояний отрицательной энергии, идущих назад во времени, в системе отсчёта K_- , также идущей назад во времени, билинейные формы соответствующих биспиноров $u_{-p}^{\alpha'}$ аналогичны:

$$\bar{u}_{-p}^\alpha u_{-p}^{\alpha'} = \delta^{\alpha\alpha'}, \quad \bar{u}_{-p}^\alpha \gamma^0 u_{-p}^{\alpha'} = \frac{E_{-p}}{m} \delta^{\alpha\alpha'}, \quad \sum_\alpha u_{-p}^\alpha \bar{u}_{-p}^\alpha = \frac{\gamma p_{(-)} + m}{2m}. \quad (27)$$

При преобразовании этих биспиноров из K_- в K_+ , включающей преобразование Лоренца с матрицей S , а также 4-инверсию, получаем:

$$u_{-p}^\alpha = \gamma^5 S v_p^\alpha, \quad \bar{u}_{-p}^\alpha = -\bar{v}_{-p}^\alpha S^{-1} \gamma^5 = \bar{v}_p^\alpha S^{-1} \gamma^5 \\ \bar{v}_p^\alpha \equiv -\bar{v}_{-p}^\alpha = -v_p^{\alpha+} \gamma^0. \quad (28)$$

Поэтому билинейные формы для них принимают вид:

$$\bar{v}_p^\alpha v_p^{\alpha'} = \delta^{\alpha\alpha'}, \quad \bar{v}_p^\alpha \gamma^0 v_p^{\alpha'} = -\frac{E_p}{m} \delta^{\alpha\alpha'}, \quad \sum_\alpha v_p^\alpha \bar{v}_p^\alpha = \frac{-\gamma p + m}{2m}, \quad (29)$$

поскольку при лоренц-преобразовании с 4-инверсией векторы преобразуются с коэффициентами $-a_\nu^\mu$, что даёт также:

$$S^{-1} \gamma^\mu S = -a_\nu^\mu \gamma^\nu. \quad (30)$$

Они отличаются знаком от соответствующих выражений дираковской теории. Такие изменения знаков ранее были компенсированы изменениями знаков антикоммутаторов операторов рождения уничтожения, что будет обсуждаться ниже. В ВСТ 4-компоненты тока вероятности $\bar{v}_p^\alpha \gamma^0 v_p^{\alpha'}$ равны $-\delta^{\alpha\alpha'} E_p / m$, т.е. отрицательно-определённые, как и должно быть для тока вероятности частиц, идущих назад по оси обычного времени.

Поскольку волновые функции фермионов антисимметричны, полевые операторы должны менять знак при перестановке. Поэтому при перестановке полевых операторов в коммутаторах их произведение меняет знак и коммутатор переходит в антикоммутатор. Тем самым, поле фермионов квантуется одновременными антикоммутаторами ($\pi = i\psi^+$):

$$\{\psi^\alpha(\mathbf{x}, t), \pi^{+\alpha'}(\mathbf{x}', t)\} = i\{\psi^\alpha(\mathbf{x}, t), \psi^{+\alpha'}(\mathbf{x}', t)\} = i\delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \delta^{\alpha\alpha'}, \quad (31)$$

$$\{b_{\pm p\alpha}, b_{\pm p'\alpha'}^+\} = \pm \frac{E_p}{m} \delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}') \delta_{\alpha\alpha'}. \quad (32)$$

Здесь важно то, что отрицательный знак в (32) появляется вследствие изменения знака билинейных форм с сопряжёнными спинорами (29).

В результате, выражения (22)-(32) дают для наблюдаемых:

$$H = \sum_\alpha \int d^3 p \frac{m}{E_p} (b_{p\alpha}^+ b_{p\alpha} + b_{-p\alpha}^+ b_{-p\alpha}) E_p, \quad (33)$$

$$J_0 = \sum_\alpha \int d^3 p \frac{m}{E_p} (b_{p\alpha}^+ b_{p\alpha} - b_{-p\alpha}^+ b_{-p\alpha}). \quad (34)$$

Здесь отрицательно-энергетические члены также отличаются знаком от прежних выражений дираковской теории.

Итак, фермионные основные состояния, определённые как $b_{\pm p\alpha}|0\rangle = 0$, также не содержат нулевой энергии и нулевого тока вероятности. Поскольку в ВСК нет нулевой энергии бозонных и фермионных релятивистских полей, то в суперсимметричных теориях нарушение суперсимметрии не ведёт к появлению нулевой энергии вакуума.

3. Бозоны Стандартной Модели и гравитоны в ВСТ

3.1. Безмассовые калибровочные поля и поле гравитонов

Как было показано в [2], при рассмотрении физических аспектов квантования безмассовых калибровочных полей и поля гравитонов достаточно квантовать физические компоненты поля в системе покоя источника, а затем результаты можно будет преобразовать в нужную систему отсчёта.

Сначала кратко рассмотрим квантование поля фотонов. При условии $\partial_\mu A^\mu = 0$ функция действия поля фотонов с обычными интегралами по времени имеет вид:

$$S = -\frac{1}{4} \int d^4x F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \int d^4x \partial_\mu A^\nu \cdot \partial^\mu A_\nu. \quad (35)$$

В системе покоя источника $\mathbf{k} = (0, 0, k^3)$ и калибровке $A_3 = A_0 = 0$ поперечные физические компоненты циркулярно-поляризованных фотонов образуют аналог комплексного скалярного поля $A = (A_1 + iA_2)/\sqrt{2}$, $A^+ = (A_1 - iA_2)/\sqrt{2}$. Лагранжиан (35) и гамильтониан поэтому аналогичны случаю комплексного скалярного поля:

$$L = \int d^3x \partial_\mu A^+ \cdot \partial^\mu A, \quad (36)$$

$$H = \int d^3x (\pi\pi^+ + \nabla A^+ \cdot \nabla A), \quad (37)$$

где $\pi(x) = \partial_t A^+$, $\pi^+(x) = \partial_t A$. Описание поля циркулярно-поляризованных фотонов в терминах комплексных переменных диагонализует гамильтониан (37) и спиральность:

$$\Lambda = i \int d^3x (A^+ \pi^+ - \pi A). \quad (38)$$

Последний фактически является киральным зарядом, а фотоны со спиральностями $\Lambda = \pm 1$ подобны частице и зарядово-сопряжённой античастице.

Уравнения поля $\partial_\mu \partial^\mu A = 0$, $\partial_\mu \partial^\mu A^+ = 0$ дают импульсное разложение:

$$A = \int d\tilde{k} (a_k e^{-ikx} + a_{-k} e^{ikx}), \quad \pi = i \int d\tilde{k} \omega_k (a_k^+ e^{ikx} - a_{-k}^+ e^{-ikx}), \quad (39)$$

где $a_{\pm k}^+, a_{\pm k}$ являются операторами рождения-уничтожения для $\Lambda_\pm = \pm 1$. Для коммутаторов это даёт:

$$[A(\mathbf{x}, t), \pi(\mathbf{x}', t)] = i\delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{x}'), \quad (40)$$

$$[a_{\pm k}, a_{\pm k'}^+] = \pm (2\pi)^3 2\omega_k \delta^3(\mathbf{k} - \mathbf{k}'), \quad (41)$$

При произвольной ориентации осей координат здесь появится проекционный оператор, выделяющий поперечные компоненты. В разделе 2.2 было показано, что отрицательный знак коммутатора в (41) не меняет знак вероятностей состояний и они остаются положительно-определёнными как в случае скалярного поля.

Операторы наблюдаемых равны:

$$\begin{aligned} H &= \int d\tilde{k} \, \omega_k (a_k^+ a_k + a_{-k}^+ a_{-k}), \\ \Lambda^0 &= \int d\tilde{k} (a_k^+ a_k - a_{-k}^+ a_{-k}). \end{aligned} \quad (42)$$

Отсюда видно, что основные состояния, определённые как $a_{\pm k} |0\rangle = 0$, не содержат нулевую энергию и нулевую спиральность.

Кванты безмассового неабелевого векторного калибровочного поля A_μ^a (спин 1) и гравитоны (спин 2) в системе покоя источника, когда ось x^3 направлена вдоль импульса излучаемого кванта, также имеют две поперечные физические степени свободы. Здесь имеется аксиальная симметрия и для состояний с круговой поляризацией свободный гамильтониан и спиральность диагональны.

По этой причине их квантование аналогично случаю фотонного поля. Дальнейший учёт нелинейности, т.е. взаимодействий разных компонент поля, и внутренних симметрий не меняет вывода об отсутствии нулевой энергии вакуума, составляющей часть свободного гамильтониана. Нелинейные вклады в энергию поля пропорциональны константам связи и уменьшаются в пределе слабого поля, тогда как нулевая энергия, как энергия флуктуаций вакуума физических компонент в свободном гамильтониане, не зависит от констант взаимодействия.

Вывод о том, что при квантовании безмассовых калибровочных полей и поля гравитона в одной системе отсчёта и в поперечной калибровке нулевая энергия не возникает, остаётся в силе для всех систем отсчёта и калибровок из-за инвариантности вакуума [12].

3.2. Квантование массивных бозонных полей электрослабой теории

В [2] было рассмотрено квантование в рамках ВСК бозонных полей электрослабой теории и здесь будут рассмотрены лишь уточнения вносимые ВСТ как более общей теорией.

Если имеется пара частица-античастица с ненулевой массой, то в ВСК античастица описывается как частица отрицательной энергии, идущая назад во времени и в такой теории нет нулевой энергии вакуума. Полевые операторы двух поперечных компонент заряженного калибровочного поля $W^\pm$ являются взаимно зарядово-сопряжёнными и их кванты ведут себя как частица-античастица.

В случае же с компонентами нейтрального калибровочного поля Z_L, Z_R и двух нейтральных скалярных полей эти поля, будучи электрически-нейтральными, имели ненулевой заряд слабого взаимодействия. Поэтому до придания им массы членами взаимодействия эти пары компонент были взаимно зарядово-сопряжёнными. Это ведёт к тому, что их свободный гамильтониан не содержал нулевую энергию, а включение взаимодействий (даже для придания эффективной массы), уже не порождает нулевую энергию вакуума свободного поля (детали см. в [2]).

С более общей точки зрения в ВСТ нет частицы у которых не было бы античастицы, так как любое релятивистское поле описывается комплексным полем из-за наличия двух знаков энергии. Одинаковость ныне известных квантовых чисел частицы и её античастицы приводит к их практической неразличимости, но это не означает их полную тождественность. Всегда есть вероятность того, что есть некое очень слабое взаимодействие, которое приводит к их различимости.

Итак, при время-симметричном квантовании полей электрослабой теории нулевая энергия и нулевой заряд вакуума отсутствует и в случае массивных полей.

4. Коммутаторы, время-симметричное упорядочение и пропагаторы

4.1. Коммутаторы полей и время-симметричное упорядочение операторов

Коммутаторы для комплексного скалярного поля ϕ равны [2]:

$$[\phi(x'), \phi^*(x)] = D(x' - x), \quad (43)$$

$$[\phi(x'), \pi(x)] = i\partial_t D(x' - x), \quad (44)$$

где $D(x' - x)$ - функция Паули-Йордана, которая исчезает за световым конусом. Для фермионного поля канонический импульс равен $\pi = i\psi^+$, а аналог (44) есть:

$$\{\psi(x'), \bar{\psi}(x)\} = -(i\gamma^\mu \partial_\mu + m) iD(x' - x). \quad (45)$$

Он согласуется с одновременными антикоммутаторами (32).

Оператор хронологического упорядочения T_+ , на котором основывалась прежняя стандартная формулировка КТП, в ВСК действует только на операторы состояний положительной энергии, располагает их в порядке *увеличения* времени справа налево:

$$T_+[A_+(t')B_+(t)] = \begin{cases} A_+(t')B_+(t), & t' > t, \\ B_+(t)A_+(t'), & t' < t. \end{cases} \quad (46)$$

В ВСК дополнительно вводится обратный к T_+ оператор T_- , действующий только на операторы состояний отрицательной энергии и упорядочивающий их в обратном порядке, располагая в порядке *уменьшения* времени справа налево:

$$T_-[A_-(t')B_-(t)] = \begin{cases} B_-(t)A_-(t'), & t' > t, \\ A_-(t')B_-(t), & t' < t. \end{cases} \quad (47)$$

В общем случае в ВСК вводится оператор время-симметричного упорядочивания $\hat{T}$ как произведение предыдущих двух операторов $\hat{T} = T_+T_- = T_-T_+$. Для каждого класса операторов полей он сводится к их операторам хронологического упорядочения: $\hat{T}A_+ = T_+A_+$, $\hat{T}A_- = T_-A_-$, действуя на операторы обоих знаков энергии избирательно и упорядочивая в обратном порядке. В частности, при $t' > t$ получаем:

$$\hat{T}[A_+(t')B_+(t)A_-(t')B_-(t)] = [A_+(t')B_+(t)][B_-(t)A_-(t')]. \quad (48)$$

4.2. Причинные пропагаторы полей

В ВСК причинные пропагаторы для бозонов $G_c(x - x')$ и фермионов $S_c(x - x')$ появляются естественным образом, что было показано в [2]. Здесь произведём этот вывод с уточнениями, следующими из ВСТ как более общей теории.

Для скалярного поля G_c есть функция Грина при граничных условиях ЗШФ, соответствующих распространению вперёд во времени решений с положительной энергией и назад во времени с отрицательной энергией.

Для уравнения Клейна-Гордона с источником $j(x)$ пропагаторы $G_{\pm}(x'-x)$ определяются для решений двух знаков энергии как:

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m^2)\phi(x) = j(x) \quad (49)$$

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m^2)G_{\pm}(x'-x) = \delta^4(x'-x). \quad (50)$$

Решение уравнений поля (49), учитывающее трансляционную инвариантность и граничные условия ЗШФ, имеет вид в терминах обычного времени:

$$\phi(x') = \phi^{(0)}(x') + \int_{-\infty}^{\infty} dt \int d^3x G_{c+}(x'-x)j(x) + \int_{\infty}^{-\infty} dt \int d^3x G_{c-}(x'-x)j(x). \quad (51)$$

Здесь $\phi^{(0)}$ есть решение однородного уравнения с этими же граничными условиями, $G_{c+}(x'-x) \sim \theta(t'-t)$ описывает перенос положительной энергии вперёд во времени, а $G_{c-}(x'-x) \sim \theta(t-t')$ - перенос отрицательной энергии назад во времени.

Пределы второго интеграла по времени в (51) переставлены (переход от будущего к прошлому) и интегралы двух слагаемых нельзя просто объединить. Для того, чтобы записать полный причинный пропагатор G_c пределы второго интеграла необходимо перевернуть, что даёт знак минус перед G_{c-} , и (51) принимает более компактный вид:

$$\begin{aligned} \phi(x) &= \phi^{(0)}(x) + \int_{-\infty}^{\infty} dt' \int d^3x' [G_{c+}(x-x') - G_{c-}(x-x')]j(x') = \\ &= \phi^{(0)}(x) + \int_{-\infty}^{\infty} dt' \int d^3x' G_c(x-x')j(x') = \phi^{(0)}(x) + \int d^4x' G_c(x-x')j(x'), \end{aligned} \quad (52)$$

где

$$G_c(x) = G_{c+}(x) - G_{c-}(x). \quad (53)$$

Таким образом, при выражении обратного во времени интеграла через интеграл в прямом направлении причинный пропагатор G_c даётся разностью G_{c+} и G_{c-} .

Причинные пропагаторы для комплексного скалярного поля $G_{\pm}$ определяются как хронологические произведения операторов полей для двух знаков энергии:

$$iD_{\pm}(x'-x) = \langle 0 | T_{\pm}[\phi_{\pm}(x')\phi_{\pm}^*(x)] | 0 \rangle. \quad (54)$$

Подстановка частотных разложений даёт:

$$\begin{aligned} iD_{c+}(x'-x) &= \langle 0 | T_+[\phi_+(x')\phi_+^*(x)] | 0 \rangle = \\ &= \langle 0 | \phi_+(x')\phi_+^*(x) | 0 \rangle \theta(t'-t) + \langle 0 | \phi_+^*(x)\phi_+(x') | 0 \rangle \theta(t-t') = \\ &= \int d\tilde{k} d\tilde{k}' [\langle 0 | a_k a_k^* | 0 \rangle \theta(t'-t) + \langle 0 | a_k^* a_{k'} | 0 \rangle \theta(t-t')] e^{-i(k'x' - kx)} = \\ &= \int d\tilde{k} \theta(t'-t) e^{-ik(x'-x)}. \end{aligned} \quad (55)$$

Здесь матричный элемент $\langle 0 | \phi_+^*(x)\phi_+(x') | 0 \rangle$ исчезает и остаётся вклад только вклад $\langle 0 | \phi_+(x')\phi_+^*(x) | 0 \rangle$. При отрицательной энергии аналогично:

$$\begin{aligned}
iD_{c-}(x'-x) &= \langle 0 | T_- [\phi_-(x') \phi_-^*(x)] | 0 \rangle = \\
&= \langle 0 | \phi_-^*(x) \phi_-(x') | 0 \rangle \theta(t'-t) + \langle 0 | \phi_-(x') \phi_-^*(x) | 0 \rangle \theta(t-t') = \\
&= \int d\tilde{k} d\tilde{k}' [\langle 0 | a_{-k}^* a_{-k'} | 0 \rangle \theta(t'-t) + \langle 0 | a_{-k} a_{-k'}^* | 0 \rangle \theta(t-t')] e^{i(k'x' - kx)} = \\
&= - \int d\tilde{k} \theta(t-t') e^{ik(x'-x)}.
\end{aligned} \tag{56}$$

В дальнейшем удобно переводить интегралы обратно по времени в обычные интегралы по времени, что меняет знак, но позволяет записать формулы в компактном виде. Также удобно не указывать это изменение знака явно, а под интегралами в обычном времени и с обычными пределами можно переопределить оператор T_- как меняющий также и знак перед произведением операторов, т.е. переопределить (47) как:

$$T_- [A_-(t') B_-(t)] = \begin{cases} -B_-(t) A_-(t'), & t' > t, \\ -A_-(t') B_-(t), & t' < t. \end{cases} \tag{57}$$

Полный причинный пропагатор в (52)-(53), тем самым принимает стандартный вид:

$$\begin{aligned}
iD_c(x'-x) &= \langle 0 | \hat{T} \phi(x') \phi^*(x) | 0 \rangle \\
&= \langle 0 | T_+ [\phi_+(x') \phi_+^*(x)] + T_- [\phi_-(x') \phi_-^*(x)] | 0 \rangle = \\
&= \langle 0 | \phi_+(x') \phi_+^*(x) | 0 \rangle \theta(t'-t) - \langle 0 | \phi_-(x') \phi_-^*(x) | 0 \rangle \theta(t-t') = \\
&= \int d\tilde{k} [\theta(t'-t) e^{-ik(x'-x)} + \theta(t-t') e^{ik(x'-x)}].
\end{aligned} \tag{58}$$

Стандартный результат (58) ведёт и к стандартному импульсному представлению:

$$iD_c(x'-x) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4k \frac{e^{-ik(x'-x)}}{k^2 - m^2 + i\varepsilon}. \tag{59}$$

Причинные пропагаторы для фермионов $S_{c\pm}(x)$ получим аналогично, рассмотрев хронологические произведения операторов полей в двух направлениях времени:

$$\begin{aligned}
iS_c(x'-x) &= \langle 0 | T_+ [\psi_+(x') \bar{\psi}_-(x)] | 0 \rangle + \langle 0 | T_- [\psi_-(x') \bar{\psi}_-(x)] | 0 \rangle = \\
&= \langle 0 | \psi_+(x') \bar{\psi}_-(x) | 0 \rangle \theta(t'-t) - \langle 0 | \psi_-(x') \bar{\psi}_-(x) | 0 \rangle \theta(t-t') = \\
&= (2m)^2 \sum_{\alpha'\alpha} \int d\tilde{p} d\tilde{p}' [\theta(t'-t) \langle 0 | b_{p'\alpha'} b_{p\alpha}^+ | 0 \rangle u_{p'}^{\alpha'} \bar{u}_p^\alpha e^{-i(p'x' - px)} - \\
&\quad - \theta(t-t') \langle 0 | b_{-p'\alpha'} b_{-p\alpha}^+ | 0 \rangle v_{p'}^{\alpha'} \bar{v}_p^\alpha e^{i(p'x' - px)}],
\end{aligned} \tag{60}$$

и в итоге:

$$\begin{aligned}
iS_c(x'-x) &= \\
&= \int d\tilde{p} \sum_p \left[\theta(t'-t) (\gamma p + m) e^{-i\omega_p(t'-t)} + \theta(t-t') (-\gamma p + m) e^{i\omega_p(t'-t)} \right] e^{ip(x'-x)} = \\
&= -(i\gamma \partial + m) D_c(x'-x).
\end{aligned} \tag{61}$$

Таким образом, в ВСК время-симметричное упорядочение операторов, производимое $\hat{T}$ (с учётом изменения знака при объединении интегрирований по времени) ведёт к стандартным причинным пропагаторам.

5. Заключение

Время-симметричная КТП, основанная на ВСК, есть последовательная квантовая теория релятивистских полей в компактной и ковариантной форме. Релятивистские поля, из-за удвоения пространства состояний, в ВСК описываются комплексными полевыми функциями независимо от наличия заряда какого-либо из взаимодействий.

Оператор (плотности) тока вероятности, меняющий знак при изменении направления эволюции по оси времени, отличен от нуля для всех квантов, в том числе для истинно нейтральных. Он переходит в оператор тока взаимодействия только при умножении на матрицу констант взаимодействия. Тем самым, ток взаимодействия (и заряд как его 4-компонента) исчезает не потому, что исчезает ток вероятности, а потому, что равна нулю константа взаимодействия.

Интегрирование по времени в функции действия и в теории возмущений идёт в обоих направлениях времени в зависимости от знака энергии. Поэтому в ВСК вводится оператор время-симметричного упорядочения $\hat{T} = T_+ T_-$, который естественным образом приводит к причинным пропагаторам ЗШФ.

Это различие ведёт к модификации диаграммной техники, но при записи всех выражений в терминах обычного времени с обычными пределами, что делает формулы более компактными, воспроизводятся результаты стандартной диаграммной техники. Тем самым ВСК корректно описывает известные наблюдательные эффекты.

Показано, что в ВСК нет нулевой энергии и нулевого заряда вакуума свободных полей и поэтому этот факт в основном снимает проблему космологической постоянной. ВСК, исключая нулевую энергию вакуума полей СМ, находится в согласии с известными экспериментами, результаты которых, ранее приписанные нулевой энергии, в действительности полностью объясняются вкладами полей реальных зарядов.

Более детальное рассмотрение ВСК и его следствий приводится в книге [12].

Литература

1. Закир З. (2023) *Квант. и грав. физ.*, **4**:026-8400.
2. Закир З. (2023) *Квант. и грав. физ.*, **4**:023-8181; **4**:024-8278.
3. Зисман Г. (1940) ЖЭТФ 10 1163; (1941) 11 631; Теория античаст. (дисс. сент. 1941) 66 с.
4. Stueckelberg E.C.G. (1941) *Helv. Phys. Acta*, **14**, 588.
5. Feynman R. (1949) *Phys. Rev.*, **76**, 749.
6. Бьёркен Дж., Дрелл С. (1978) *Релятивистская квантовая теория*. т. 1. М.
7. Greiner W., Muller B., Rafelski J. (1985) *QED of Strong Fields*. Springer.
8. Pauli W. (1943) *Rev. Mod. Phys.* **15**, 175.
9. Бьёркен Дж., Дрелл С. (1978) *Релятивистская квантовая теория*, т. 2. М.
10. Пескин М., Шрёдер Д. (2001) *Введ. в квантовую теорию поля*. М.
11. Вайнберг С. (1989) *УФН*, **148**(4), 639.
12. Закир З. (2024) *Конечная квантовая теория поля*. ЦТФА, Т.