

Теория фрозаров и её наблюдаемые эффекты.

1. Структура звёзд застывших при общерелятивистском коллапсе

Захид Закир¹

Аннотация

При коллапсе звезды положения её частиц, как у всякого протяжённого объекта, должны задаваться на гиперповерхностях одновременности $t=\text{const.}$, отмечаемых моментами мирового времени t , т.е. обычного астрономического времени вокруг звезды. Поверхность пылевой звезды тогда застывает над её гравитационным радиусом и такое асимптотическое поведение мировых линий частиц звезды на поверхности инвариантно. Центр звезды застывает раньше других слоёв, после чего быстро застывает вся структура звезды. Это означает, что специфически общерелятивистское явление - гравитационное замедление времени - и есть тот физический механизм, который останавливает коллапс в терминах t . Такое застывание показано в случаях точно решаемых моделей звёзд. Тонкая оболочка застывает вне своего гравитационного радиуса, её внутренность остаётся плоской, а пробные частицы внутри также застывают. Однородная пылевая звезда, как показывает решение Оппенгеймера-Снайдера в терминах t , становится застывшей звездой или фрозаром (frozar от frozen star). Внутренние слои остаются локально однородными и застывают вблизи своих асимптот. Перед застыванием плотности достаточно массивных звёзд ниже чем у нейтронной звезды и поэтому, если их ядра не взорвались до этого, то коллапс таких звёзд происходит как у пылевой звезды с образованием фрозара. Вращение звёзд застывает ещё до достижения поверхностью границы эргосферы, так что вращавшийся фрозар не имеет горизонта и эргосферы. Аккреция на фрозар ведёт к застыванию падающего вещества над поверхностью с образованием неоднородного ландшафта из сплюснутых масконов. Фрозары не сливаются, а лишь слипаются вблизи гравитационного радиуса многофрозарной системы, образуя вместе с обычной материей застывший фрозарный кластер. Сверхмассивные фрозары, или сверхфрозары формируются в основном как такие неоднородные кластеры. Фрозары и их кластеры не «лысые» и могут иметь «причёску» и асимметричную структуру. Обнаружить неоднородности их поля можно гравиметрией, неоднородностями теней, красных смещений и орбит вещества. Обсуждены наблюдательные следствия и перспективы теории фрозаров.

Ключевые слова: гравитационный коллапс, застывшие звёзды, фрозары, чёрные дыры, горизонт, сингулярность, эргосфера, аккреция, гравитационные волны, релятивистские звёзды

Содержание

Введение	2
1. Коллапс тонкой пылевой оболочки с образованием полого фрозара	4
1.1. Траектории частиц оболочки во внешней статической метрике	4
1.2. Связь между собственным временем на оболочке и мировым временем	6
1.3. Застывание внутренней области и отсутствие горизонта и сингулярности	8
1.4. Образование фрозара не зависит от выбора координат	9
2. Точные решения для сферической однородной пылевой звезды	11
2.1. Решение Фридмана-Толмана в сопутствующих координатах	11
2.2. Преобразование решения из сопутствующих в статические координаты	13
2.3. Решение Оппенгеймера-Снайдера для однородной пылевой звезды	14
2.4. Мировые линии частиц слоёв и их асимптоты	15
3. Застывание при коллапсе заряженных и вращающихся звёзд	18

¹ Центр теоретической физики и астрофизики, Ташкент Узбекистан, zzakir@qgph.uz ORCID

3.1.	Коллапс заряженной сферической звезды	18
3.2.	Коллапс вращающейся звезды	18
4.	Неоднородность структуры и слипание фрозаров	20
4.1.	Застывание более половины массы фрозара в приповерхностных слоях	20
4.2.	Формирование аккреционного ландшафта на фрозарах	21
4.3.	Слипание фрозаров без слияния	22
4.4.	Сверхмассивные фрозары (сверхфрозары) как неоднородные кластеры	23
5.	Наблюдаемые эффекты теории фрозаров	24
5.1.	Наблюдаемые свойства фрозаров и объяснение известных эффектов	24
5.2.	Эффекты неоднородности поверхности и внутренней структуры	25
5.3.	Следствия отсутствия эргосферы у вращавшихся фрозаров	26
5.4.	Эффекты слипания фрозаров без слияния	26
5.5.	Эффекты задержки падения заряженного поверхностного слоя	26
	Заключение	27
	Литература	28

Введение

Коллапс пылевой звезды в общей теории относительности (ОТО) может быть описан в терминах двух видов времени, где каждый из них выражает только одно из двух основных свойств физического времени. Описание коллапса в терминах собственного времени τ , выражающем локальный темп протекания физических процессов, долго считалось стандартным. Но это время не пригодно для описания звезды в целом как совокупности частиц, сосуществующих одновременно. Последнее реализуется лишь при описании в мировом времени t , выражающем глобальную одновременность событий как внутри, так и вне звезды.

При таком описании поверхность коллапсирующей звезды застывает над её гравитационным радиусом $r_g = 2mG$ в моменты $t < \infty$, где G - гравитационная константа. Застывание поверхности означает, что τ почти перестаёт идти в терминах t и при $t \rightarrow \infty$ стремится к конечной величине $\tau(t) \rightarrow \tau_g$ (см. (18)).

Из-за различия верхних пределов двух форм физического времени были попытки продолжения τ -описания за пределы τ_g и описания мифических «событий» при $\tau > \tau_g$ в нефизической области $t > \infty$. Поверхности звезды при этом придавалась мифическая способность пересекать r_g и достигать центра за конечный интервал τ , образуя сингулярность. Эта область математической физики стала известна как теория чёрных дыр и широко продвигалась. Однако, она не имеет отношения к реальным звёздам в физическом мире существующем лишь при $t < \infty$.

При описании звезды при $t < \infty$, когда собственные времена её частиц также в физической области $\tau < \tau_g$, вопрос о выборе одного из двух видов времени имеет более практический смысл и не настолько судьбоносный, как в вышеуказанном нефизическом эксперименте. События на мировых линиях частиц звезды параметризованы как t , так и τ , поэтому их моменты, описывая одно и то же событие, связаны однозначно через тождество $r(R, \tau) = r(R, t)$, следующее из тождественности решений двух уравнений движения (R - начальное значение r при $\tau = 0$). Связь этих двух времён рассмотрена более подробно в разделе 1.2.

1. Структура звёзд застывших при общерелятивистском коллапсе

Структура и эволюция звезды в этой физической картине определяется из анализа точных решений уравнений поля и уравнений движения в простой и реалистичной модели при физически корректно поставленных начальных и граничных условиях. В данном случае - это модель локально однородной сферической пылевой звезды, частицы которой свободно падают радиально. Проще всего сферическая звезда описывается в системе покоя её центра, где внешняя метрика на гиперповерхности $t = \text{const.}$ этой глобальной статической системы - метрика Шварцшильда. Поэтому для сшивания с внешней, внутренняя метрика тоже должна быть задана в этой же статической системе.

Для параболической скорости частиц пылевой звезды ($k = 0$) эта задача была решена Оппенгеймером и Снайдером (ОС) [1] преобразованием решения Фридмана (в форме Толмана [2]) в координаты Шварцшильда r, t . Для диагональной метрики, когда и возможно однозначное определение одновременности внутри звезды, они получили простейшее решение для метрики и уравнений движения $t = M[y(R, r)]$. Для этого вводилась вспомогательная функция $y(R, r)$, которая выбиралась в виде:

$$y(R, r) = \frac{1}{2} \left(\frac{R^2}{R_b^2} - 1 \right) + \frac{R_b}{Rr_g} r, \quad (1)$$

где R_b, R - начальные радиальные координаты поверхности и слоя. Вид функции M был определён из условия сшивания на поверхности. Детальный вывод вида функции $y(R, r)$ был дан в [3,4]. Решение ОС было первым позволившим описать мгновенную структуру звезды как совокупности одновременных событий.

Для эллиптической скорости частиц пыли ($k = 1$) решение было найдено О. Клейном [5] и С. Вайнбергом [6] с использованием двух других методов диагонализации преобразованной метрики. Затем во второй и статей в [3] методом ОС было найдено решение для всех трёх скоростей ($k = 0, \pm 1$), когда сохраняется однородность в ходе эволюции. Полное решение задачи коллапса пылевой звезды для трёх скоростей тремя методами, ОС, Клейна и Вайнберга, дано в статье [7].

В статьях [3,4,8,9] была изложена новая трактовка коллапса звёзд, основанная на учёте специфики двух видов физического времени в ОТО. Учитывается то, что τ -описание приобретает физический смысл для звезды в целом лишь как часть t -описания на гиперповерхностях одновременности $t = \text{const.}$, где звезда есть совокупность одновременно сосуществующих частиц. Сколлапсировавший объект в этой трактовке представляет собой полностью застывшую звезду (фрозар)¹, как это показано в случае решения ОС.

Целями данной, первой статьи являются, во-первых, детальный вывод решения ОС и анализ его следствий с визуализацией мировых линий в слоях и структуры звезды, во-вторых, изучение свойств фрозаров, включая заряженных и

¹ В моих более ранних публикациях образование фрозара было показано сначала для тонкой пылевой оболочки [8], а затем и для звезды в различных приближениях [9]. Дискуссии с более популярным изложением приведены в [10].

вращавшихся и, в-третьих, обсуждение наблюдательных эффектов фрозаров и их кластеров. Теория фрозаров и её следствия более детально излагаются в книге [11].

В разделе 1 описывается коллапс тонкой пылевой оболочки, в разделе 2 выводится решение ОС и показывается образование фрозаров. В разделе 3 обсуждаются заряженные и вращавшиеся фрозары. В разделе 4 рассматривается слияние фрозаров без слияния и неоднородность сверхмассивных фрозаров. В разделе 5 обсуждаются наблюдательные следствия теории фрозаров.

1. Коллапс тонкой пылевой оболочки с образованием полого фрозара

1.1. Траектории частиц оболочки во внешней статической метрике

В ньютоновской гравитации радиальное распределение в сферической пылевой звезде не влияет на её внешнее гравитационное поле, включая и поле на поверхности. Поэтому если, не меняя полную массу, сделать звезду внутри полой, сжав всё её вещество на поверхности в виде тонкой пылевой оболочки, то поле вне звезды и на поверхности останутся прежними. При этом внутри звезды-оболочки потенциал поля будет постоянным и равным значению потенциала на поверхности.

В общей теории относительности имеется теорема Биркгофа, согласно которой ситуация здесь такая же, как и в ньютоновском случае. Поле на оболочке и снаружи - это поле Шварцшильда, пространство внутри оболочки плоское, а временная компонента внутренней метрики одинакова везде и равна значению на поверхности. Поэтому модель тонкой пылевой оболочки является простейшей и точно-решаемой моделью, показывающей основные свойства общерелятивистского коллапса звёзд. Далее релятивистский коллапс изучим на примере этой простейшей модели.

Пространственно-временной интервал на сферической оболочке и вне её в статических координатах (t, r, θ, φ) даётся метрикой Шварцшильда:

$$ds^2 = \alpha_r dt^2 - \alpha_r^{-1} dr^2 - r^2 d\Omega^2, \quad r \geq r_b(t), \quad (2)$$

где $\alpha_r \equiv 1 - r_g / r$, $d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2$, $r_g = 2mG$ и $r_b(t)$ - радиус окружности оболочки (в обозначениях ОС [1] и [12]). Внутри оболочки интервал имеет вид:

$$ds^2 = [1 - r_g / r_b(t)] dt^2 - dr^2 - r^2 d\Omega^2, \quad r < r_b(t). \quad (3)$$

Каждая из частиц оболочки падает в поле всей оболочки и движется подобно пробной частице в статической метрике (2). Поэтому для описания эволюции оболочки достаточно рассмотреть траекторию пробной частицы на оболочке.

При радиальном падении частицы, покоившейся при $r \rightarrow \infty$, локальная скорость v_r является параболической и условие сохранения энергии даёт для неё:

$$\frac{\alpha_r^{1/2}}{(1 - v_r^2)^{1/2}} = 1, \quad v_r = \frac{1}{\alpha_r} \frac{dr}{dt} = -\frac{r_g^{1/2}}{r^{1/2}}. \quad (4)$$

Пусть $r = R$ соответствует нулевому моменту собственного времени $\tau(R, R) = 0$. Тогда интервал моменту собственного времени частицы (1) и следующее из него решение для $\tau(R, r)$ принимают вид:

$$d\tau^2 = (1 - r / r_g)(1 - v_r^2) dt^2 = \frac{r}{r_g} dr^2. \quad (5)$$

$$\tau(R, r) = \frac{2}{3r_g^{1/2}}(R^{3/2} - r^{3/2}), \quad r(\tau, R) = \left(R^{3/2} - \frac{3}{2}r_g^{1/2}\tau \right)^{2/3}. \quad (6)$$

Из (4) также следует и выражение для момента мирового времени t :

$$t(R, r) - t_0(R) = \frac{1}{r_g^{1/2}} \int_{r(t)}^R \frac{dr r^{3/2}}{r - r_g}, \quad (7)$$

где $t_0(R)$ - значение t , соответствующее моменту $\tau = 0$ при $r = R$. Значения интеграла (7) дают мировую линию частицы $r(R, t)$ в неявной форме $t(R, r)$:

$$t - t_0(R) = \frac{2}{3r_g^{1/2}}(R^{3/2} - r^{3/2}) + 2r_g^{1/2}(R^{1/2} - r^{1/2}) + r_g \ln \left(\frac{r^{1/2} + r_g^{1/2}}{r^{1/2} - r_g^{1/2}} \frac{R^{1/2} - r_g^{1/2}}{R^{1/2} + r_g^{1/2}} \right). \quad (8)$$

Нулевые начальные значения $t = 0$ для синхронизованных часов мирового времени заданы на гиперповерхности одновременности $r = \bar{R}$. В этом случае в (7) верхний предел интеграла R заменяется на $\bar{R}$ и $t_0(\bar{R}) = 0$, т.е. начальных сдвигов во временах слоёв нет. Мировая линия $t(\bar{R}, r)$ в результате даётся выражением:

$$t = \frac{2}{3r_g^{1/2}}(\bar{R}^{3/2} - r^{3/2}) + 2r_g^{1/2}(\bar{R}^{1/2} - r^{1/2}) + r_g \ln \left(\frac{r^{1/2} + r_g^{1/2}}{r^{1/2} - r_g^{1/2}} \frac{\bar{R}^{1/2} - r_g^{1/2}}{\bar{R}^{1/2} + r_g^{1/2}} \right). \quad (9)$$

Вычитая (8) из (9) находим выражение для сдвига $t_0(R)$ (при этом $R = R(\bar{R})$):

$$t_0(R) = \frac{2}{3r_g^{1/2}}(\bar{R}^{3/2} - R^{3/2}) + 2r_g^{1/2}(\bar{R}^{1/2} - R^{1/2}) + r_g \ln \left(\frac{\bar{R}^{1/2} - r_g^{1/2}}{\bar{R}^{1/2} + r_g^{1/2}} \frac{R^{1/2} + r_g^{1/2}}{R^{1/2} - r_g^{1/2}} \right). \quad (10)$$

Из (6), используя условие $\tau' = 0$ на гиперповерхности «одного возраста» $\tau = const.$, находим $\dot{r} \equiv \partial r / \partial \tau$, $r' \equiv \partial r / \partial R$, а из (8) вычисляем $\dot{t} \equiv \partial t / \partial \tau$:

$$\dot{r} = -\frac{r_g^{1/2}}{r^{1/2}}, \quad r' = \frac{R^{1/2}}{r^{1/2}}, \quad \dot{t} = \alpha_r^{-1}. \quad (11)$$

Для нахождения $t' \equiv \partial t / \partial R$ требуется явный вид $t_0(R)$. Начальные радиальные координаты R фиксированы при $\tau = 0$ в сопутствующей системе, где метрика диагональна, и условие диагональности метрики даёт (см. ниже (46)) [1]:

$$t' = \dot{t} r' = -\frac{r_g^{1/2}}{r} \cdot \frac{R^{1/2}}{1 - r_g / r} = -\frac{(r_g R)^{1/2}}{r - r_g}. \quad (12)$$

Интегрируя (12) получаем решение для мировой линии $r(R, t)$ в форме ОС [1]:

$$t = \frac{2}{3r_g^{1/2}}(R^{3/2} - r^{3/2}) - 2r_g^{1/2}r^{1/2} + r_g \ln \frac{r^{1/2} + r_g^{1/2}}{r^{1/2} - r_g^{1/2}}. \quad (13)$$

Сравнивая (13) с (8) находим решение для $t_0(R)$:

$$t_0(R) = -2r_g^{1/2} R^{1/2} - r_g \ln \frac{R^{1/2} - r_g^{1/2}}{R^{1/2} + r_g^{1/2}}. \quad (14)$$

Приравнивая правые стороны (14) и (10) находим связь между R и $\bar{R}$:

$$R^{3/2} = \bar{R}^{3/2} \left[1 + \frac{3r_g}{\bar{R}} - \frac{3r_g^{3/2}}{2\bar{R}^{3/2}} \ln \left(\frac{\bar{R}^{1/2} + r_g^{1/2}}{\bar{R}^{1/2} - r_g^{1/2}} \right) \right]. \quad (15)$$

Как видим, при больших $\bar{R}$ различие с R мало, значения $t_0(R)$ также малы, и тогда при t -описании можно пользоваться более простыми формулами с R .

1.2. Связь между собственным временем на оболочке и мировым временем

Эволюция оболочки в мировом времени, как и любой звезды есть переход от одной гиперповерхности $t = t_1$ к другой $t = t_2$. Мировым линиям частиц пыли между гиперповерхностями с одинаковыми $\Delta t = t_2 - t_1$, соответствуют разные интервалы собственных времён $\Delta \tau(r, t)$, уменьшающиеся с приближением поверхность к r_g , что и является замедлением τ относительно равномерного t .

Графики мировых линий $r(R, t)$ в соответствии с (13) и $r(R, \tau)$ в соответствии с (6) при $t < \infty$ показаны на Рис. 1. Здесь важен тот факт, что при $r > r_g$ имеет место взаимно однозначное соответствие между обеими кривыми, представляющими одни и те же события на одной и той же мировой линии одной и той же частицы $r(R, t) = r(R, \tau)$.

Зависимость $\tau(R, t)$ следует из (6) и (13) в неявном виде $t(R, \tau)$:

$$t = \tau - 2(r_g R)^{1/2} \left(1 - \frac{3r_g^{1/2} \tau}{2R^{3/2}} \right)^{1/3} + r_g \ln \frac{\left(1 - 3r_g^{1/2} \tau / 2R^{3/2} \right)^{1/3} + \frac{r_g^{1/2}}{R^{1/2}}}{\left(1 - 3r_g^{1/2} \tau / 2R^{3/2} \right)^{1/3} - \frac{r_g^{1/2}}{R^{1/2}}}. \quad (16)$$

Здесь явно видно, что при $r > r_g$ (и фиксированных φ, θ) имеет место взаимно-однозначное соответствие (16) между моментами t и $\tau(R, t)$.

При $t \gg r_g$ частица асимптотически приближается к r_g , т.е. $r \simeq r_g + h$, $h \ll r_g$ и оба выражения для её мировой линии (6) и (13) предельно упрощаются:

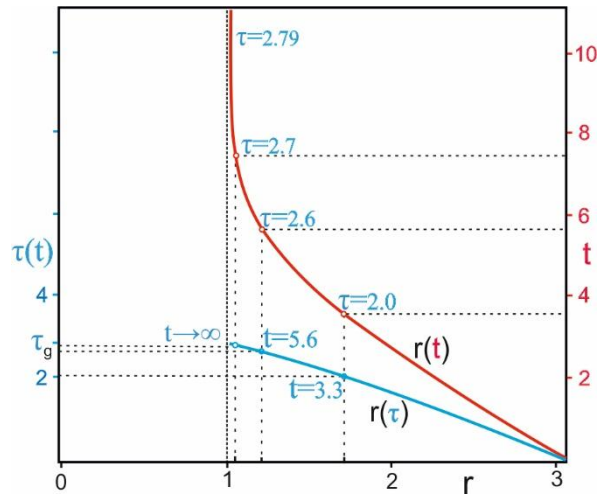


Рис. 1. Мировая линия падающей пробной частицы в терминах мирового времени t и собственного времени τ .

$$t \simeq b(R) + r_g \ln \frac{r_g}{h}, \quad h \simeq \bar{b} \exp(-t / r_g), \quad (17)$$

$$\tau(R, h) \simeq \tau_g(R) - h, \quad \tau_g = \frac{2}{3r_g^{1/2}}(R^{3/2} - r_g^{3/2}), \quad (18)$$

где $b \equiv 2(R^{3/2} - 4r_g^{3/2}) / 3r_g^{1/2}$, $\bar{b} \equiv r_g \exp(b / r_g)$. Таким образом, когда $r \simeq r_g + h$, обе кривые $t(R, r)$ и $\tau(R, r)$ (Рис. 1), изображающие мировую линию частицы $r(R, t) = r(R, \tau)$, являются асимптотическими. Выразив h из (18), и подставив в (17), получаем связь двух времён $t(R, \tau)$ и $\tau(R, t)$ в асимптотике:

$$t \simeq b + r_g \ln \frac{4r_g}{\tau - \tau_g}, \quad \tau(t) \simeq \tau_g - \bar{b} \exp(-t / r_g). \quad (19)$$

Рассмотрим теперь предел при $r \rightarrow r_g$, т.е. $h \rightarrow 0$. Для мирового времени из (17) следует $t \rightarrow \infty$, т.е. падающая частица асимптотически застывает вблизи r_g , никогда не достигая его. Соответственно, асимптотически застывает и собственное время частицы $\tau(t) \rightarrow \tau_g$, приближаясь, но никогда не достигая (при $t < \infty$) момента застывания τ_g из (18).

Итак, события на мировой линии $t(R, r)$ в бесконечном интервале мирового времени $t \in [t_0, \infty)$ один к одному соответствуют событиям на мировой линии $\tau(R, r)$ в конечном интервале изменения собственного времени $\tau \in [0, \tau_g)$. В ньютоновской теории оба интервала изменения, для t и τ , были бесконечными, $t \in [t_0, \infty)$ и $\tau \in [0, \infty)$, что делало их тождественными. Но появление такого явления, как замедление собственных времён (гравитационное и кинематическое) означает, что из двух интервалов один, для собственного времени, становится конечным и заменяется на $\tau \in [0, \tau_g)$. Отметим, что точки конечного интервала собственного времени $[0, \tau_g)$ продолжают быть в соответствии один к одному с точками бесконечного интервала мирового времени $[t_0, \infty)$, что не удивительно для непрерывных множеств.

Таким образом, t -описание охватывает все события на мировой линии частицы $t(R, r)$ за всё время существования звезды в реальной вселенной $t < \infty$ и поэтому оно является полным. Таким же полным является и τ -описание в интервале $[0, \tau_g)$, являющееся лишь другой параметризацией $\tau(R, r)$ событий на той же самой мировой линии $t(R, r)$.

В нефизических трактовках коллапса утверждалось, что мировая линия частицы в терминах τ может достичь и пересечь r_g . В ОТО как физической теории эта математическая экстраполяция становится артефактом ньютоновской теории, не имеющим отношения к решениям общерелятивистским уравнений движения, где τ меняется лишь в интервале $[0, \tau_g)$ за время жизни звезды в реальном мире с $t < \infty$.

В ОТО область событий $\tau \geq \tau_g$, соответствующая $t \geq \infty$, оказывается нефизической и не имеющей отношения к мировой линии реальной частицы.

Артефактом ньютоновской теории является также интуитивное утверждение математических трактовок о том, что если на Рис. 1 мировая линия $r(R, \tau)$ не пересекает r_g , то это якобы означает «обрыв» этой мировой линии при r_g . В действительности же при общерелятивистском коллапсе мировая линия $r(R, \tau)$ не обрывается, а асимптотически приближается к r_g за всё время жизни застывшей звезды в реальном внешнем мире, в который она погружена. При этом каждое событие на асимптотической мировой линии $r(R, t) \rightarrow r_g$ есть и событие на мировой линии $r(R, \tau) \rightarrow r_g$. Отсутствие этого явления в ньютоновской теории и породило миф об обрыве мировой линии $r(R, \tau)$ ¹.

1.3. Застывание внутренней области и отсутствие горизонта и сингулярности

Внутри тонкой пылевой оболочки $r < r_b$ пространство является плоским и однородным $g_{11} = -1$. Временная компонента метрики на поверхности $r = r_b$ сшивается с внешней шварцшильдской метрикой $g_{00}[r_b(t)] = 1 - r_g / r_b(t)$ и поэтому внутри, из-за однородности, в любой точке она равна этому же значению $g_{00}[r(t)] = g_{00}[r_b(t)]$.

Так как в любой момент $t < \infty$ оболочка находится вне гравитационного радиуса $r_b(t) > r_g$, а внутри оболочки пространство плоское, то при коллапсе тонкой пылевой оболочки не образуются ни горизонт событий, ни сингулярность в центре.

Свободные пробные частицы внутри оболочки движутся прямолинейно, но их движение начинает замедляться из-за замедления времени, и они быстро застынут там, где оказались перед застыванием оболочки.

Таким образом, коллапс тонкой пылевой оболочки приводит к образованию *полого фрозара*, объекта, полностью застывшего в собственном сильном гравитационном поле. Такой фрозар состоит из оболочки, застывшей над своим гравитационным радиусом, и пустой внутренности с плоской пространственной метрикой и застывшими пробными частицами.

Важно то, что гравитационное замедление времени τ относительно t , отсутствующее в ньютоновской теории, оказалось тем внутренним механизмом, который останавливает общерелятивистский коллапс оболочки без дополнительных сил. При этом имеется и кинематическое замедление времени из-за скорости частиц.

Также важна демонстрация в данном предельно простом и очевидном примере фатальной ошибочности наивной экстраполяции ньютоновского сценария коллапса

¹ Это является ещё одним свидетельством того печального для специалистов по математической физике факта, что формальное знание математики ОТО не гарантирует понимания её физических аспектов и поэтому может привести к таким очевидным ошибкам в её применениях к астрофизике.

1. Структура звёзд застывших при общерелятивистском коллапсе

в ОТО, в результате чего ранее даже для этой оболочки предсказывался переход в такое мифическое состояние как чёрная дыра с горизонтом и сингулярностью.

В действительности, как показано выше, согласно ОТО оболочка переходит в состояние полого фрозара, т.е. застывает над своим гравитационным радиусом, а её внутренняя область как была, так и останется плоским пространством, но уже местом, где ничего не происходит в терминах t , времени внешнего мира.

1.4. Образование фрозара не зависит от выбора координат

При коллапсе оболочки вывод о формировании полого фрозара вместо чёрной дыры не связан с частным выбором координат Шварцшильда r, t , а остаётся верным для любого другого выбора координат.

Отметим, что координаты Шварцшильда r, t - это физические координаты в статическом поле, которые адекватно учитывают симметрии поля и измеряются стандартными масштабами вдоль окружностей и синхронно идущими везде часами мирового времени. Поэтому введение вместо них других параметров $x^0(t, r)$ и $x^1(t, r)$ не меняет физических результатов, так как описание физических процессов и структуры объектов в конечном итоге сводится к измерению тех же реально измеримых физических координат частиц. Новые координаты, обычно просто некие параметры, которых часто невозможно измерить и для получения физически измеряемых величин надо вернуться к измеряемым физическим координатам, простейшими из которых и являются именно шварцшильдовские координаты r, t .

Это ясно из многих попыток замены r другой радиальной координатой с целью «избавиться» от сингулярности при $r = r_g$. Формально для этого достаточно сдвинуть r на r_g , т.е. $r = \bar{r} + r_g$, после чего линейный элемент (2) переходит в

$$ds^2 = \frac{dt^2}{1 + r_g / \bar{r}} - \left(1 + \frac{r_g}{\bar{r}}\right) d\bar{r}^2 - (\bar{r} + r_g)^2 d\Omega^2. \quad (20)$$

Здесь в радиальной и временной компонентах метрики есть только сингулярность при $\bar{r} = 0$, что аналогично ньютоновской теории и кажется более приемлемым. Однако, теперь угловой линейный $d\Omega^2$ оказывается умноженными на $(\bar{r} + r_g)^2$.

Но так как поле статического сферического источника не влияет на стандартные масштабы вдоль окружностей, то на 2-сферах физические координаты остаются теми же, что и в плоском пространстве - времени. Поэтому если мы хотим измерять $\bar{r}$ вдоль окружностей, то $\bar{r} + r_g$ придётся выразить через естественный физический масштаб, равный длине окружности, делённой на 2π и снова возвращаться к прежней физической радиальной координате r .

Попытка избавиться от сингулярностей простым преобразованием радиальной координаты оказалась лишь математическим упражнением, которое не меняет как связи между реально измеряемыми величинами, так и физические следствия теории.

Аналогично обстоит дело и со всеми прочими заменами r другим параметром, в частности, с популярной «черепашьей» координатой:

$$r^* = r + r_g \ln \left(\frac{r}{r_g} - 1 \right), \quad dr^* = \frac{dr}{1 - r_g / r}. \quad (21)$$

Как только обратимся к физическим аспектам задачи, а значит и к реальному определению места нахождения события с параметром r^* , то нам надо указать ту окружность вокруг источника, где произошло это событие, а также то, что на этой окружности помещаются $2\pi r$ стандартных масштабов, что и даёт его физическую длину. В частности, событию на окружности с $r = 2r_g$ соответствует параметр $r^* = r_g$, а при $r \rightarrow r_g$ будет $r^* \rightarrow -\infty$. Это показывает, что r^* есть лишь формальная параметризация физической координаты на окружности и не имеет прямого физического смысла.

Такая же ситуация и с заменой $d\bar{\tau}^2 = (1 - r_g / r) dt^2$, сопоставляющей разные $\Delta\bar{\tau}$ одинаковым интервалам Δt . Моменты локального собственного времени $\bar{\tau}$, приписанные событиям на окружностях r , приобретают смысл глобально значимой временной координаты лишь после того, будет указана их связь с глобально заданными моментами мирового времени t .

Упомянутая во Введении математическая экстраполяция в нефизическую область $t > \infty$ и $\tau > \tau_g$ была в своё время приведена в более «строгую» форму путём формального преобразования физических координат Шварцшильда $(t, r) \rightarrow (x^0, x^1)$. Новые координаты вводились так, чтобы реальные связи измеряемых физических координат, выражающие свойства реального гравитационного поля источника, формально были скрыты. К таким формально-математическим манипуляциям относятся, в частности, координаты Эддингтона-Финкельштейна, а также Крускала.

Поскольку во всех этих случаях новые координаты - это всего лишь параметризация тех же шварцшильдовских физических координат (t, r) лишь с соответствующим изменением метрики:

$$\begin{aligned} dt &= \frac{\partial t}{\partial x^0} dx^0 + \frac{\partial t}{\partial x^1} dx^1, \quad dr = \frac{\partial r}{\partial x^0} dx^0 + \frac{\partial r}{\partial x^1} dx^1, \\ g_{tt} &= \frac{\partial x^i}{\partial t} \frac{\partial x^k}{\partial t} g_{ik}, \quad g_{rr} = \frac{\partial x^i}{\partial r} \frac{\partial x^k}{\partial r} g_{ik}, \end{aligned} \quad (22)$$

то это не меняет собственное время частицы на оболочке:

$$\begin{aligned} d\tau^2 &= g_{tt} dt^2 + g_{rr} dr^2 - r^2 d\Omega^2 = \\ &= g_{00} (dx^0)^2 + g_{11} (dx^1)^2 + 2g_{01} dx^0 dx^1 - r^2 d\Omega^2. \end{aligned} \quad (23)$$

Поэтому если это инвариантное собственное время при $r(x^0, x^1) \rightarrow r_g$ застывает по отношению к такому же инвариантному собственному времени статического наблюдателя в достаточном удалении от оболочки ($\sim 100r_g$), то факт застывания собственного времени оболочки относительно собственного времени удалённого наблюдателя останется таким же и в новых координатах.

Утверждения же о том, что в новых координатах оболочка якобы «достигает» и «пересекает» r_g , а «затем» падает в центр, являются ложными, так как основаны

1. Структура звёзд застывших при общерелятивистском коллапсе

на игнорировании замедления $\tau(x^0, x^1)$ относительно $t(x^0, x^1)$ при $r(x^0, x^1) \rightarrow r_g$. Это делалось путём незаконного отрыва локального описания реальных физических объектов и процессов с ними от равномерно протекающего времени t окружающего реального мира, что недопустимо в рамках ОТО.

Формально-математический характер этих манипуляций проявляется в том, что физические координаты Шварцшильда (t, r) непосредственно измеряются, тогда как процедура измерения параметризаций x^0, x^1 никогда не задаётся.

Внутри и в окрестностях оболочки ОТО не даёт права игнорировать глобальную одновременность событий в системе покоя центра оболочки. Вне и на оболочке, где поле шварцшильдовское, одновременность событий устанавливается эйнштейновской синхронизацией, как и в других статических полях. Поэтому как внутри, так и вне оболочки остаётся справедливой определение Минковского о том, что «мир есть совокупность одновременных событий».

Это накладывает на собственное время связь $\tau = \tau(R, t)$, которая в ходе эволюции внешнего мира в физической области $t \in [t_0, \infty)$ ограничивает область изменения τ конечным физическим интервалом $\tau \in [0, \tau_g)$. Этот факт замедления локальных собственных времён относительно t , является ключевым для понимания процесса и результата релятивистского коллапса не только оболочки, но и более сложных компактных объектов, которым будут рассмотрены ниже.

2. Точные решения для сферической однородной пылевой звезды

2.1. Решение Фридмана-Толмана в сопутствующих координатах

Для точного решения уравнений Эйнштейна внутри сферической пылевой звезды в локально-сопутствующих системах отсчёта оказалось достаточным условие отсутствия давления. Решение Фридмана [12] для локально-однородной плотности $\rho = \rho(\tau)$ и общее решение Толмана [4] для произвольной плотности $\rho = \rho(r, \tau)$ позволяют получить выражения для мировых линий частиц пыли во всех слоях.

В сопутствующей системе отсчёта радиальная координата каждого слоя $r(\tau)$ остаётся фиксированной и равной значению R в начальный момент $\tau = 0$. Внутри пылевой звезды $R \leq R_b$, где R_b есть начальная радиальная координата поверхности, линейный элемент в сопутствующих координатах поэтому можно представить как:

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 - e^{\lambda(\tau, R)} dR^2 - r^2(R, \tau) d\Omega^2 \quad (24)$$

Решение Толмана для параболической скорости сводится к выражениям (см. [12]):

$$e^\lambda = r'^2, \quad \dot{r}^2 = \frac{F}{r}, \quad 8\pi G \rho = \frac{F'}{r^2}. \quad (25)$$

Здесь $F(R)$ - неизвестная функция, зависящая от выбора распределения плотности.

Интегрирование (25) даёт:

$$\tau = \pm \frac{1}{F^{1/2}} \int dr r^{3/2}, \quad (26)$$

где $F(R) = r_g$ при $R \geq R_b$. Таким образом, из (25)-(26) следуют выражения для мировой линии частиц в данном слое звезды $\tau(R, r)$ и $r(R, \tau)$:

$$\tau = \frac{2}{3F^{1/2}}(R^{3/2} - r^{3/2}), \quad r = \left(R^{3/2} - \frac{3F^{1/2}}{2} \tau \right)^{2/3}. \quad (27)$$

Простейшим дополнительным условием, позволяющим определить вид функции $F(R)$, является условие локальной однородности, т.е. независимость плотности от пространственных координат $\rho = \rho(\tau)$, при одних и тех же значениях локального собственного времени $\tau(R, r)$ («одновозрастных» событий).

Для упрощения требуется не только выбор начального локально-однородного распределения при $\tau = 0$, но и выбор тех начальных скоростей падения, при которых эта однородность сохранится и в последующие моменты. Таких режимов локальной скорости оказывается три – параболическая ($k = 0$), когда скорость падения ноль на бесконечности, а также эллиптическая и гиперболическая ($k = \pm 1$), когда скорость падения при $r = R$ равна соответственно нулю или $-(2r_g / R)^{1/2}$. В данной, первой статье рассмотрим только простейший параболическим случай ($k = 0$), а две другие скорости ($k = \pm 1$) будут рассмотрены во второй статье [7].

Для нахождения F , из (25) и условия однородности получаем следующие соотношения ($\kappa = 8\pi G / 3$):

$$F' = 3\kappa\rho(\tau)r^2r' = \kappa\rho(\tau)(r^3)', \quad (28)$$

$$F = \kappa\rho(\tau)r^3 = \kappa\rho(0)R^3 = \kappa\rho(0)R_b^3 \frac{R^3}{R_b^3}. \quad (29)$$

Затем, учитывая, что $r_g = 2GM = \kappa\rho(0)R_b^3$, приходим к выражениям:

$$F(R) = r_g \frac{R^3}{R_b^3} \equiv r_{g,R}, \quad \rho(\tau) = \rho(0) \frac{R^3}{r^3}. \quad (30)$$

Используя это выражение для F , можем вычислить из (27)-(29) не только $\dot{r}$, но и r' тоже. Сначала, из (28)-(30) получаем:

$$F' = \kappa\rho(\tau)r^2r' = \kappa\rho(0)R^3r' = 3r_g \frac{R^3}{rR_b^3}r', \quad (31)$$

затем, сравнивая с $F' = 3R^2r_g / R_b^3$, следующим из (30), получаем:

$$r' = \frac{r}{R}. \quad (32)$$

При введении параметризации:

$$r = a\chi, \quad R = a_0\chi, \quad r_b = a\chi_b, \quad R_b = a_0\chi_b, \quad (33)$$

где $a = a(\tau)$, $a_0 = a(0)$, линейный элемент (24) принимает стандартный вид, в котором обычно и представляется решение Фридмана:

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 - a^2 (d\chi^2 + \chi^2 d\Omega^2) \quad (34)$$

Выражение для локальной скорости (25) переходит в уравнение эволюции для a (уравнение Фридмана) для параболической скорости:

$$\dot{a}^2 = \frac{a_m}{a}. \quad (35)$$

2.2. Преобразование решения из сопутствующих в статические координаты

Во внутренней области, следуя ОС [1], преобразуем решение Толмана (24) в терминах R, τ к решению в терминах r, t . Это необходимо как для определения мгновенной структуры звезды на гиперповерхности одновременности $t = const.$, так и для сшивания на поверхности с внешней статической метрикой (2).

Переход от $d\tau, dR$ к dt, dr даётся общерелятивистские преобразованиями:

$$dx^i = \frac{\partial x^i}{\partial x'^k} dx'^k \quad (36)$$

которые принимают вид:

$$dt = \dot{t} d\tau + t' dR, \quad dr = \dot{r} d\tau + r' dR. \quad (37)$$

Новый линейный элемент, преобразованный из (24), в общем случае является недиагональным. Однако метрика должна быть диагональной, по крайней мере, на поверхности, чтобы сшиваться с внешней метрике (2). Поэтому простейшее точное решение в терминах r, t ищем в виде диагональной метрики.

Отметим, что мгновенная структура звезды как протяжённого объекта должна быть определена на глобальной гиперповерхности одновременности, совпадающей на её поверхности с гиперповерхностью $t = const.$ Это также предполагает наличие синхронизированных часов во всем объёме звезды, показывающих одинаковое с поверхностью мировое время t . Это легко реализуется для диагональной метрики, и может быть очень трудным для недиагонального случая.

Таким образом, исходим из диагонального линейного элемента:

$$ds^2 = e^{v(r,t)} dt^2 - e^{\lambda(r,t)} dr^2 - r^2 d^2\Omega, \quad r \leq r_b, \quad (38)$$

с условием сшивания $e^{v(r_b,t)} = e^{-\lambda(r_b,t)} = 1 - r_g / r_b$. Подстановка (37) в (38) даёт:

$$ds^2 = (e^v \dot{t}^2 - e^\lambda \dot{r}^2) d\tau^2 - (e^\lambda r'^2 - e^v t'^2) dR^2 - r^2 d^2\Omega + 2(e^v \dot{t} t' - e^\lambda \dot{r} r') d\tau dR. \quad (39)$$

Используя (24)-(25), из (38)-(39) получаем:

$$g_{00}(\tau, R) = e^v \dot{t}^2 - e^\lambda \dot{r}^2 = 1, \quad g_{11}(\tau, R) = -(e^\lambda r'^2 - e^v t'^2) = -\bar{r}^2, \quad (40)$$

$$g_{01}(\tau, R) = e^v \dot{t} t' - e^\lambda \dot{r} r' = 0. \quad (41)$$

Соотношения (40) позволяют выразить компоненты метрики:

$$e^\lambda = \frac{t'^2 + \bar{r}^2 \dot{r}^2}{\dot{t}^2 r'^2 - t'^2 \dot{r}^2}, \quad e^v = \frac{r'^2 + \bar{r}^2 \dot{r}^2}{\dot{t}^2 r'^2 - t'^2 \dot{r}^2}. \quad (42)$$

Уравнение (41), выражающее диагональность метрики, с учётом (42) принимает вид:

$$g_{01} = \frac{\dot{t} \dot{t}' (r'^2 + \bar{r}'^2 \dot{r}^2) - (t'^2 + \dot{t}^2 \bar{r}'^2) \dot{r} r'}{\dot{t}^2 r'^2 - t'^2 \dot{r}^2} = 0. \quad (43)$$

Записав это условие в виде уравнения для t' :

$$t'^2 \dot{r} - t' \dot{t} r' (1 + \dot{r}^2) + \dot{t}^2 \bar{r}'^2 = 0, \quad (44)$$

получаем два решения:

$$t' = \frac{\dot{t} r'}{2 \dot{r}} [(1 + \dot{r}^2) \pm (1 - \dot{r}^2)]. \quad (45)$$

Случай знака плюс даёт $t' = \dot{t} r' / \dot{r}$, что является нефизическим, так как t' расходится при $\dot{r} \rightarrow 0$. Знак минус даёт искомое условие диагональности метрики:

$$\frac{t'}{\dot{t}} = \dot{r} r'. \quad (46)$$

После исключения t' с использованием (46) метрика в (42) упрощается:

$$e^\lambda = \frac{1}{1 - F/r}, \quad e^\nu = \frac{1}{\dot{t}^2 (1 - F/r)}. \quad (47)$$

2.3. Решение Оппенгеймера-Снайдера для однородной пылевой звезды

В условие диагональности (46) входят r' , который известен из (32), тогда как выражения для $\tau(r, R)$, $r(\tau, R)$ и $\dot{r}$ следуют из (27) и (30):

$$\tau = \frac{2}{3r_{g,R}^{1/2}} (R^{3/2} - r^{3/2}), \quad (48)$$

$$r(R, \tau) = R \left(1 - \frac{3r_{g,R}^{1/2}}{2R^{3/2}} \tau \right)^{2/3}, \quad \dot{r} = -\frac{r_{g,R}^{1/2}}{r^{1/2}}. \quad (49)$$

Чтобы определить мировую линию $r(t, R)$ в методе ОС [1], сначала необходимо ввести вспомогательную функцию $y(R, r)$ через соотношения:

$$t = M(y), \quad \dot{t} = \frac{\partial t}{\partial y} \dot{y}, \quad t' = \frac{\partial t}{\partial y} y', \quad (50)$$

где функция M может быть определена из соответствия с внешней метрикой. Условие диагональности (46), в результате, принимает вид уравнения для y :

$$\frac{t'}{\dot{t}} = \frac{y'}{\dot{y}} = \dot{r} r' = -\frac{(r_{g,R} r)^{1/2}}{R}. \quad (51)$$

Вторым шагом метода является решение уравнения (51) для y . В статье ОС [1] это решение было выбрано в виде:

$$y(R, r) = \frac{1}{2} \left(\frac{R^2}{R_b^2} - 1 \right) + \frac{R_b}{R r_g} r. \quad (52)$$

Его вывод приведён в [3-4] и в более общем случае приводится в [7].

1. Структура звёзд застывших при общерелятивистском коллапсе

Третий шаг - это определение значения y на поверхности $y(R_b, r) = r / r_g$, где $M(y_b)$ должно совпадать с правой частью (13). Это позволяет идентифицировать $M(y_b)$ с $t(r_g y, R_b)$ в (13). Таким образом, замены $R \rightarrow R_b$, $r \rightarrow r_g y$ в (13) дают нам решение ОС для внутренних мировых линий:

$$t(R, r) = r_g \left[\frac{2}{3} \left(\frac{R_b^{3/2}}{r_g^{3/2}} - y^{3/2} \right) - 2y^{1/2} + \ln \frac{y^{1/2} + 1}{y^{1/2} - 1} \right]. \quad (53)$$

Для $\dot{t}$ и t' эта формула, учитывая $y' = R / R_b^2$ и $\dot{y} = -(R / r r_g R_b)^{1/2}$, даёт:

$$\dot{t} = -\frac{r_g y^{3/2} \dot{y}}{y-1} = \left(\frac{r_g R}{R_b r} \right)^{1/2} \frac{y^{3/2}}{y-1}, \quad t' = -\frac{r_g y^{3/2} y'}{y-1} = -\frac{r_g R}{R_b^2} \frac{y^{3/2}}{y-1}, \quad (54)$$

и условие диагональности (51) выполняется.

В результате, метрика в (47) принимает вид:

$$e^\lambda = \frac{1}{1 - r_{g,R} / r}, \quad e^\nu = \frac{1}{\dot{t}^2 (1 - r_{g,R} / r)}, \quad (55)$$

и, после вставки $\dot{t}$ из (54), e^ν принимает окончательный вид:

$$e^{\nu(r,t)} = \frac{1}{1 - r_{g,R} / r} \cdot \frac{[1 - (3 - R^2 / R_b^2) r_g R / 2r R_b]^2}{[1 - (1 - R^2 / R_b^2) r_g R / 2r R_b]^3}. \quad (56)$$

2.4. Мировые линии частиц слоёв и их асимптоты

Графики мировых линий $r(R, t)$ частиц пыли внутри звезды для параболического решения ОС (52)-(53) показаны на Рис. 2-3. На Рис. 2 показаны и асимптоты $r_\infty(R)$, к которым стремятся мировые линии частиц в слоях $r(R, t)$ при $t \rightarrow \infty$. Асимптоты, параллельные мировой линии центра, расположены почти равномерно, слегка уплотняясь вблизи поверхности.

При $t \gg r_g$ поверхность асимптотически приближается к гравитационному радиусу $r_b(t) \rightarrow r_g$ и в (8) доминирует логарифмический член, что приводит к:

$$t \simeq \frac{2R_b^{3/2}}{3r_g^{1/2}} - \frac{8}{3} r_g - r_g \ln \left(\frac{r_b^{1/2} - r_g^{1/2}}{r_b^{1/2} + r_g^{1/2}} \right). \quad (57)$$

Это даёт формулу для асимптоты поверхности:

$$r_b(t) \simeq r_g (1 + a e^{-t/r_g}) > r_g, \quad a \equiv 4 \exp \left(\frac{2R_b^{3/2}}{3r_g^{3/2}} - \frac{8}{3} \right). \quad (58)$$

При $t \gg r_g$ во внутренних слоях в (53) также доминирует логарифмический член и имеем $y \rightarrow 1$. Это приводит к уравнению для асимптот $r(R, t) \rightarrow r_\infty(R)$:

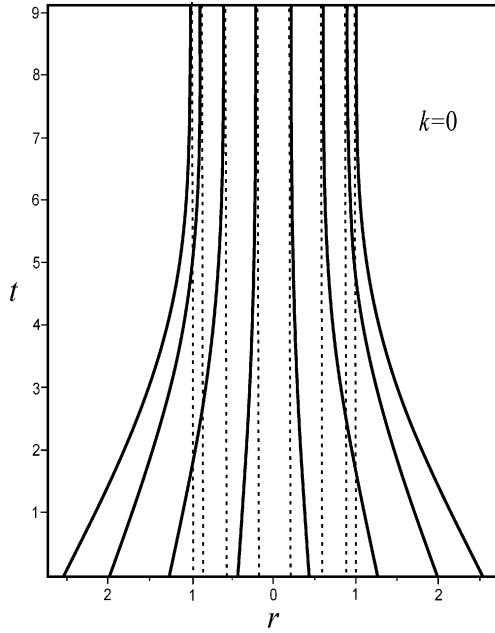


Рис. 2. Мировые линии частиц звезды вдоль диаметра. $R_b = 3.5$ при $\tau = 0$ (в единицах r_g) по решению ОС (52)-(53). При больших t мировые линии времениподобны, поверхность застывает вне r_g , внутренние слои застывают вблизи своих асимптот $r_\infty(R)$ (пунктир) из (60)

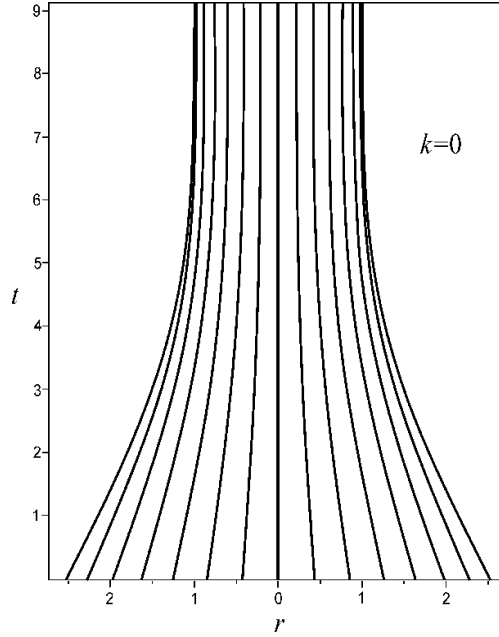


Рис. 3. Мировые линии ОС из Рис. 2 с немного большим числом слоёв для отображения характера застывания различных слоёв.

$$y(R, t)|_{t \rightarrow \infty} \rightarrow \frac{1}{2} \left(\frac{R^2}{R_b^2} - 1 \right) + \frac{R_b}{r_g R} r_\infty(R) = 1. \quad (59)$$

Выражение для асимптот, следовательно, имеет вид:

$$r_\infty(R) = R \frac{3r_g}{2R_b} \left(1 - \frac{R^2}{3R_b^2} \right). \quad (60)$$

При $R = R_b$ соотношение (60) даёт $r_\infty(R_b) = r_g$. Переписав эту формулу в виде:

$$r_\infty(R) = r_{g,R} + \frac{3r_{g,R}}{2} \left(\frac{R_b^2}{R^2} - 1 \right) \quad (61)$$

видим, что $r_\infty(R)$ является «внутренним» гравитационным радиусом слоя R , образованным эффективным гравитационным радиусом вещества внутри $r_{g,R}$ и вкладом внешних слоёв на замедление времени, описываемого вторым членом (61).

Формулы для асимптот (60)-(61) следуют из (56) при учёте времени застывания при $\exp[\nu(r_\infty)] = 0$, когда зануляется временная компонента метрики:

$$1 - (3 - R^2 / R_b^2) \frac{r_g R}{2r_\infty R_b} = 0. \quad (62)$$

1. Структура звёзд застывших при общерелятивистском коллапсе

Как следует из (60), асимптоты ближайших к центру внутренних слоёв располагаются почти эквидистантно $\sim R$ (Рис. 2), и только слои вблизи поверхности уплотняются из-за пространственных сжатий и последующего застывания, что и описывается фактором $-r_g R^3 / 2R_b^3$.

Собственное время на каждом слое застывает при $\tau_\infty(R)$, значение которого найдём, подставив $r_\infty(R)$ в (48):

$$\tau_\infty(R) = \frac{2R_b^{3/2}}{3r_g^{1/2}} - \frac{3^{1/2}r_g}{2^{1/2}} \left(1 - \frac{R^2}{3R_b^2}\right)^{3/2}, \quad (63)$$

$$\tau_\infty(0) = \frac{2r_g}{3} \left(\frac{R_b^{3/2}}{r_g^{3/2}} - \frac{3^{3/2}}{2^{3/2}}\right), \quad \tau_\infty(R_b) = \frac{2r_g}{3} \left(\frac{R_b^{3/2}}{r_g^{3/2}} - 1\right). \quad (64)$$

Как видно, центр застывает прежде всех слоёв в момент $\tau_\infty(0)$, а поверхность застывает после всех слоёв в момент $\tau_\infty(R_b)$. Таким образом, интервал времени, в течение которого застывают все слои, равен разнице между моментами застывания поверхности и центра:

$$\Delta\tau_\infty \equiv \tau_\infty(R_b) - \tau_\infty(0) = \frac{2}{3} \left(\frac{3^{3/2}}{2^{3/2}} - 1\right) r_g \approx 0.558 r_g. \quad (65)$$

Для звезды массы $10M_\odot$ и $r_g \approx 30$ км разница между моментами, которые показывают застывшие стандартные часы на поверхности и в центре, составляет около 6 микросекунд. Интервал мирового времени между застыванием центра и поверхности, конечно, гораздо больше и ниже получим соответствующие значения.

Рассмотрим зависимость от t основных переменных при больших t . Асимптотическая форма (53) при $t \gg r_g$ и $y \rightarrow 1$:

$$t \approx r_g \ln a - r_g \ln \frac{y-1}{4}, \quad a = \exp\left(\frac{2R_b^{3/2}}{3r_g^{3/2}} - \frac{8}{3}\right), \quad (66)$$

даёт асимптотическое выражение для мировой линии $r(R, t)$:

$$r(R, t) \approx R \frac{3r_g}{2R_b} \left(1 - \frac{R^2}{3R_b^2} + ae^{-t/r_g}\right). \quad (67)$$

Подставляя это в (27), находим зависимость моментов собственного времени $\tau(R, t)$ от t внутри звезды:

$$\tau(R, t) = \frac{2R_b^{3/2}}{3r_g^{1/2}} - \frac{3^{1/2}r_g}{2^{1/2}} \left(1 - \frac{R^2}{3R_b^2} + ae^{-t/r_g}\right)^{3/2}. \quad (68)$$

При $t \rightarrow \infty$ это выражение переходит в (63). Для центра и поверхности имеем:

$$\tau(0, t) = \frac{2R_b^{3/2}}{3r_g^{1/2}} - \frac{3^{1/2}r_g}{2^{1/2}} \left(1 + ae^{-t/r_g}\right)^{3/2}. \quad (69)$$

$$\tau(R_b, t) = \frac{2R_b^{3/2}}{3r_g^{1/2}} - \frac{3^{1/2}r_g}{2^{1/2}} \left(\frac{2}{3} + ae^{-t/r_g} \right)^{3/2}. \quad (70)$$

и для их разности получаем:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r_g} [\tau(R_b, t) - \tau(0, t)] &= \frac{3^{1/2}}{2^{1/2}} \left(1 + ae^{-t/r_g} \right)^{3/2} - \frac{2}{3} \left(1 + \frac{3}{2} ae^{-t/r_g} \right)^{3/2} \simeq \\ &\simeq \frac{2}{3} \left(\frac{3^{3/2}}{2^{3/2}} - 1 \right) + \frac{3}{2} \left(\frac{3^{1/2}}{2^{1/2}} - 1 \right) ae^{-t/r_g} \end{aligned} \quad (71)$$

3. Застывание при коллапсе заряженных и вращающихся звёзд

3.1. Коллапс заряженной сферической звезды

Компоненты метрики вне и на поверхности электрически заряженной сферической пылевой звезды даются решением Рейсснера-Нордстрёма:

$$g_{00}(r) = -g_{11}^{-1}(r) = 1 - \frac{r_g}{r} + \frac{GQ^2}{r^2}, \quad r \geq r_b. \quad (72)$$

Поскольку весь заряд звезды сосредоточен на её поверхности, то внутренние слои звезды остаются нейтральными. Масса заряженного поверхностного слоя очень мала, так что коллапс внутреннего нейтрального вещества происходит как в обычной пылевой звезде и описывается решением ОС, рассмотренном в предыдущем разделе, хотя и с поправкой на вклад энергии электрического поля.

Однако тонкий поверхностный заряженный слой падает в гравитационном поле звезды не свободно, а тормозится собственным электрическим полем и отстанет от свободно падающих внутренних нейтральных слоёв. В результате заряженная пылевая звезда будет состоять из нейтральной сердцевины, которая быстро превратится в локально-однородный фрозар, и тонкой заряженной пылевой оболочки, зависшей над ним на некотором расстоянии.

Некоторые наблюдательные эффекты, связанные с более поздним падением заряженного поверхностного слоя, тормозящегося в собственном электрическом поле, будут обсуждаться в разделе 5.5.

3.2. Коллапс вращающейся звезды

Пространственно-временной интервал между двумя событиями вокруг и на поверхности вращающейся звезды задаётся решением Керра, которое в координатах Бойера-Линдквиста имеет вид (см. [12,13]):

$$\begin{aligned} ds^2 &= g_{00}dt^2 - \frac{\rho^2}{\Delta} dr^2 + \frac{2r_g r a}{\rho^2} \sin^2 \theta d\varphi dt - \\ &- \left(r^2 + a^2 + \frac{r_g r a^2}{\rho^2} \sin^2 \theta \right) \sin^2 \theta d\varphi^2 - \rho^2 d\theta^2. \end{aligned} \quad (73)$$

1. Структура звёзд застывших при общерелятивистском коллапсе

Здесь $\rho^2 = r^2 + a^2 \cos^2 \theta$, $\Delta = r^2 + a^2 - r_g r$ и $g_{00} = 1 - r_g r / \rho^2$. При $a \rightarrow 0$ эти координаты переходят в координаты Шварцшильда. Предельный случай $g_{00} \rightarrow 0$ при $\rho^2 \rightarrow r_g r$ соответствует $r \rightarrow r_0$ с

$$r_0 = \frac{r_g}{2} \left[1 + \left(1 - \frac{4a^2}{r_g^2} \cos^2 \theta \right)^{1/2} \right]. \quad (74)$$

Собственное время покоящейся частицы $(r, \theta, \varphi) = \text{const.}$ определяется как:

$$d\tau^2 = g_{00} dt^2. \quad (75)$$

При $r \rightarrow r_0$ это собственное время застывает относительно мирового времени t , что является чисто гравитационным замедлением времени.

Собственное время сопутствующей поверхности частицы замедлено по отношению к t как гравитационно, так и кинематически:

$$ds^2 = g_{00} dt^2 (1 - \mathbf{v}^2), \quad (76)$$

$$\mathbf{v}^2 = g_{00}^{-1} \left\{ \frac{\rho^2}{\Delta} v_r^2 + \rho^2 v_\theta^2 + \left[\left(r^2 + a^2 + \frac{r_g r a^2}{\rho^2} \sin^2 \theta \right) \Omega + \frac{2r_g r a}{\rho^2} \right] \Omega \sin^2 \theta \right\}, \quad (77)$$

где $v_r = dr/dt$, $v_\theta = d\theta/dt$, $v_\varphi = d\varphi/dt = \Omega$. На экваториальной плоскости $\theta = \pi/2$, где $\rho = r$, эти выражения принимают вид:

$$d\tau^2 = dt^2 \left(1 - \frac{r_g}{r} \right) (1 - \mathbf{v}^2), \quad (78)$$

$$\mathbf{v}^2 = \left(1 - \frac{r_g}{r} \right)^{-1} \left[\frac{r^2}{a^2} v_r^2 + \left(r^2 + a^2 + \frac{a^2 r_g}{r} \right) \Omega^2 - \frac{2r_g a}{r} \Omega \right]. \quad (79)$$

При $\mathbf{v}^2 \rightarrow 1$ выражение (79) даёт:

$$\frac{r^2 v_r^2}{a^2} - \frac{2r_g a}{r} \Omega + \left(r^2 + a^2 + \frac{a^2 r_g}{r} \right) \Omega^2 \rightarrow \left(1 - \frac{r_g}{r} \right). \quad (80)$$

Следовательно, при $r \rightarrow r_g$

$$(r_g^2 + 2a^2) \Omega^2 - 2a\Omega + \frac{r_g^2}{a^2} v_r^2 \rightarrow 0. \quad (81)$$

Таким образом, при приближении к r_0 поверхность вращающейся звезды практически застывает в термина t , застывают также внутренние слои и звезда превращается во вращавшийся фрозар.

Гравитационное замедление времени в слое звезды (в статической системе), как и у сферической звезды, определяется эффективным гравитационным радиусом на уровне этого слоя $\tilde{r}_{g,R}$. Последний зависит как от внутреннего гравитационного

радиуса $r_{g,R} = r_g R^3 / R_b^3$, так и от эффекта замедления времени, создаваемого веществом вне этого слоя, которое описывается функцией $\beta(r, \theta)$:

$$d\tau^2 = dt^2 \left(1 - \frac{r r_{g,R}}{\rho^2} \beta(r, \theta) \right). \quad (82)$$

Отметим, что момент импульса вращавшейся звезды сохраняется, а её внешнее поле остаётся таким же, как и до застывания, поскольку застывание не означает абсолютную остановку. Локальная скорость частиц на поверхности фрозара близка к скорости света, в то время как для внешней статической системы отсчёта фрозар выглядит практически статической эллипсоидальной звездой.

4. Неоднородность структуры и слипание фрозаров

4.1. Застывание более половины массы фрозара в приповерхностных слоях

Радиус $R_{M/2}$, внутри которого содержится половина массы ньютоновской однородной звезды, может быть найден из отношения масс:

$$\frac{R_b^3}{R_{M/2}^3} = \frac{M}{M/2} = 2, \quad R_{M/2} = R_b / 2^{1/3} \approx 0.7937 R_b. \quad (83)$$

Таким образом, вторая половина массы звезды приходится на приповерхностный слой толщиной около одной пятой радиуса звезды $0.2063 R_b$.

Как впервые обратил внимание Т. Маршалл [14], половина массы релятивистской пылевой звезды на поздних стадиях коллапса сосредотачивается в слое около поверхности в несколько раз меньшей толщины, чем в ньютоновском случае. В рамках некоего аналога решения ОС в [14] было получено $\delta R \sim 0.03 R_b$, расположенное выше $0.97 R_b$.

В [4] значение этого радиуса $R_{M/2}$ было вычислено в случае решения ОС и оказалось, что половина массы звезды после застывания и перехода в состояние фрозара, приходится на приповерхностный слой $0.06 R_b$, т.е. выше $0.94 R_b$. Ввиду того, что это новый релятивистский эффект, имеющий место для всех компактных звёзд, приведём детали вычисления в случае фрозара.

Для слоя $R = R_{M/2}$ из формулы для асимптот (60) получаем значение радиуса, внутри которого находится половина массы фрозара:

$$r_\infty(R_{M/2}) = R_{M/2} \frac{3r_g}{2R_b} \left(1 - \frac{R_{M/2}^2}{3R_b^2} \right). \quad (84)$$

В начальный момент однородная пылевая звезда с радиусом поверхности $R_b \gg r_g$ является практически ньютоновским и поэтому $R_{M/2}$ по прежнему равняется $R_{M/2} = R_b / 2^{1/3}$. Подставив это значение в (84), находим:

$$r_\infty(R_{M/2}) = \frac{3}{2^{4/3}} \left(1 - \frac{1}{3 \cdot 2^{2/3}} \right) r_g \approx 0,9406 r_g. \quad (85)$$

1. Структура звёзд застывших при общерелятивистском коллапсе

Итак, это новый эффект неоднородности при $t = const.$ структуры локально-однородных компактных релятивистских звёзд. Уже из (60) и Рис. 2-3 было видно, что асимптоты внутренних слоёв почти эквидистантны в большей части объёма звезды вокруг центра $r_a(R) \sim R$. Слои, вначале находящиеся близко к поверхности, становятся более плотными, но такое уплотнение имеет чисто кинематическую причину и происходит из-за их более позднего застывания и более сильных радиальных сокращений. Эти слои, тем не менее, остаются локально однородными и свободно падают в локальных системах.

Для нейтронных и кварковых звёзд этот эффект проявляется в менее выраженном виде, хотя и может быть смоделирован и со временем изучен при помощи новых методов наблюдения. В частности, если структура таких звёзд будет изучена достаточно точно, то релятивистская неоднородность должна быть учтена.

В случае фрозара этот эффект проявляется в наибольшем возможном виде - половина массы (точнее энергии) фрозара концентрируется в слоях выше $0.94R_b$.

Для вращающихся релятивистских звёзд и их систем этот эффект уплотнения у поверхности ведёт к дополнительным наблюдаемым эффектам из-за перераспределения полного углового момента к слоям ближе к поверхности в экваториальной области. В частности, частота вращения нейтронных звёзд будет меньше, чем у ньютоновской звезды с той же массой и угловым моментом.

4.2. Формирование аккреционного ландшафта на фрозарах

Поверхности белых карликов и нейтронных звёзд не содержат больших неоднородностей из-за их сильной гравитации. Любая аккрецирующая материя также поглощается компактной звездой или распределяется по её поверхности.

В случае фрозаров ситуация противоположная из-за чрезвычайно сильной гравитации: аккрецирующее вещество, падая почти радиально, быстро застывает на поверхности, а поперечный размер аккрецирующего участка вещества практически не изменяется. В результате вещество становится сплюснутым радиально без растекания по поверхности.

Это приводит к неоднородному распределению аккрецирующего вещества на поверхности фрозара, аналогичному концентрированным массам (масконам) на Луне. При дисковой аккреции неоднородность максимальна вблизи экватора.

Особый интерес представляет радиальное падение нейтронной звезды на более массивный фрозар (Рис. 4). Вещество нейтронной звезды сплющится и

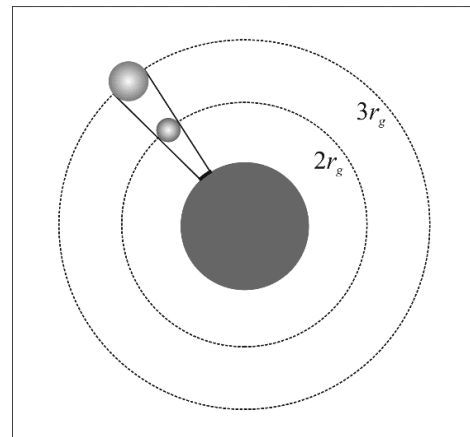


Рис. 4. Радиальное падение нейтронной звезды массы $1.5M_{\odot}$ на фрозар массы $7M_{\odot}$, что ведёт к сплющиванию нейтронной звезды (как маскона на Луне) и застыванию на поверхности фрозара как «причёски». Это ведёт к локальной неоднородности поля фрозара и его тени.

застынет на поверхности фрозара в виде локальной «причёски», крупного маскона, что ведёт к заметной локальной неоднородности гравитационного поля фрозара.

Таким образом, формирование в результате аккреции неоднородного ландшафта на поверхности фрозара отличает фрозаров от двух других классов компактных объектов - белых карликов и нейтронных звёзд. Наблюдательные эффекты такого ландшафта, связанные с локальными аномалиями гравитационного поля фрозара, обсуждаются в разделе 5.2.

Возможно использование степени неоднородности поверхности фрозаров для определения их возраста и это следует изучать на примере реальных объектов, так как для некоторых классов объектов возможна заметная корреляция. Также возможен взрыв нейтронной звезды из-за тангенциального сжатия в ходе падения, что приведёт наблюдаемой вспышке.

4.3. Слипание фрозаров без слияния

Радиальное падение обычного вещества на фрозар (аккреция) приводит к увеличению массы фрозара, мало меняя конфигурацию его гравитационного поля. Однако при радиальном падении двух и более фрозаров к общему центру инерции появляются новые явления.

В ньютоновской гравитации слияние двух компактных сферических объектов может образовать более массивный компактный объект, конечное устойчивое состояние которого также является становится в основном сферическим. В ОТО два или более фрозара при сближении не смогут слиться и застывают на некотором расстоянии друг от друга, образуя застывший кластер из двух или более фрозаров.

Пусть два фрозара равной массы $m_1 = m_2 = m$ и радиуса поверхности r_b , очень близкие к их гравитационным радиусам $r_b > r_g = 2Gm$, радиально падают к общему центру инерции, где расположен центр статической системы координат с радиальной координатой r и мировым временем t . Гравитационный радиус системы составляет $\bar{r}_g \simeq 2r_g$. При падении радиальная координата центра каждого фрозара r_1 и r_2 остаётся большей $\bar{r}_g$, т.е. $r_1 > \bar{r}_g$ и $r_2 > \bar{r}_g$ из-за застывания всех процессов, включая падение, в терминах t (Рис. 5). Таким образом, в ОТО два фрозара не могут слиться и происходит только их слипание. Такая же ситуация, ещё более наглядная, имеет место и для трёх фрозаров (Рис. 5).

Этот факт особенно ясен в случае четырёх радиально падающих фрозаров одинаковой массы, расположенных на вершинах тетраэдра. Здесь гравитационный радиус системы $\bar{r}_g = 2GM$, где $M \simeq 4m$, примерно в 4 раза больше гравитационного радиуса $r_g = 2Gm$ любого из фрозаров (Рис. 5). Фактически застывшее скопление образует гравитационный кристалл, где расстояния между фрозарами в несколько раз превышают размеры каждого из них.

В общем случае сближение n фрозаров равной массы, падающих симметрично к общему центру инерции, аналогично коллапсу пылевой оболочки и поэтому они останавливаются вблизи гравитационного радиуса системы $\bar{r}_g \simeq nr_g$ из-за гравитационного застывания всех процессов в статической системе отсчёта, связанной с центром инерции системы.

1. Структура звёзд застывших при общерелятивистском коллапсе

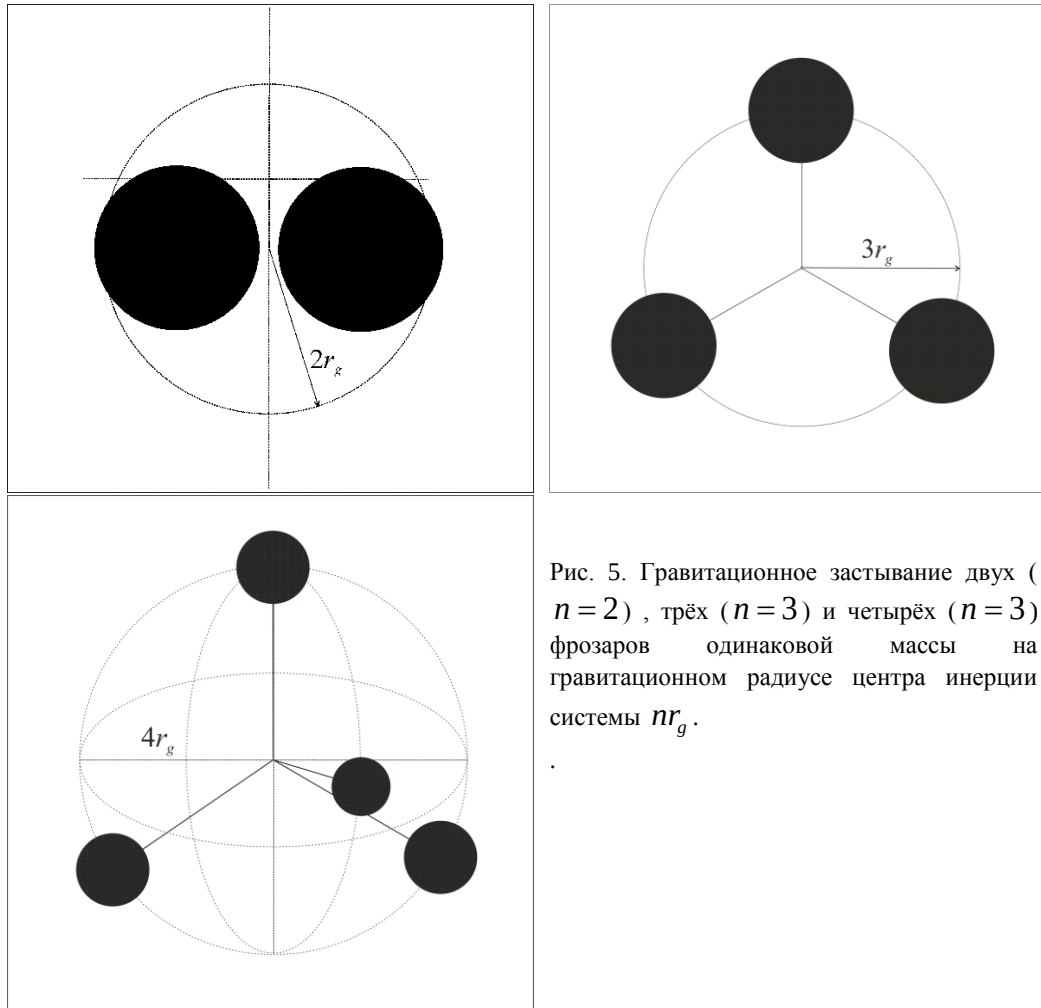


Рис. 5. Гравитационное застывание двух ($n = 2$), трёх ($n = 3$) и четырёх ($n = 4$) фрозаров одинаковой массы на гравитационном радиусе центра инерции системы nr_g .

Отметим, что дальнейшая аккреция обычного вещества превращает скопления фрозаров в кластер из фрозаров и обычного вещества, поскольку падающее вещество также застывает на гравитационном поле скопления, если до этого не успело упасть на один из фрозаров и застыть на нём. Таким образом, в астрофизике и космологии при моделировании структуры наиболее компактных гравитационно-застывших массивных или сверхмассивных скоплений фрозаров, помимо обычных процессов, необходимо учитывать образование гравитационно-застывших неоднородных кластеров фрозаров и обычной материи.

4.4. Сверхмассивные фрозары (сверхфрозары) как неоднородные кластеры

Процесс роста фрозаров или их скоплений при аккреции с неоднородным застыванием на некоторых участках поверхности приводит к образованию гибрида фрозаров с обычным веществом. Этот процесс может привести к образованию фрозаров промежуточных масс, а также сверхмассивных фрозаров.

В результате такие гравитационно-застывшие скопления очень большой массы образуют новое состояние вещества, которое видимо и инициировало образование

галактик в более ранние эпохи или образовалось позднее из-за падения звёзд и газа в центры галактик.

В любом из этих случаев гравитационно-застывшие объекты, значительно превышающие массу Солнца, имеют сложную и неоднородную структуру. Это связано с тем, что при их образовании массивные падающие объекты, в том числе целые звезды, разрушались приливными силами лишь частично, и большая часть их вещества сплющивалась и застывала компактно на некоторых участках поверхности.

Обычно при разрушении обычной звезды приливными силами фрозара звёздной массы образуется аккреционный диск вокруг фрозара. В случае же сверхмассивных фрозаров, где приливные силы малы, обычные звёзды и компактные объекты звёздных масс могут захватываться без потери основной части их вещества и тогда на конечной стадии падают почти радиально, образуя на гравитационном радиусе системы маскон звёздной массы.

5. Наблюдаемые эффекты теории фрозаров

5.1. Наблюдаемые свойства фрозаров и объяснение известных эффектов

Фрозары, в отличие от нейтронных звёзд, не имеют поверхности в обычном смысле. Поверхность фрозара свободно падает с локальной околосветовой скоростью, но практически застыла в мировом времени. Это приводит к следующим эффектам для внешних наблюдателей.

Во-первых, поверхность фрозара практически не излучает, так как локально испущенное излучение будет иметь настолько большое красное смещение, что будет практически неуловимым. Покинуть же поле фрозара сможет только радиально-направленная часть этого сверхслабого излучения, тогда как вся нерадиальная часть будет захвачена обратно.

Во-вторых, фрозар поглощает практически всю падающую на него радиацию, так как падающее излучение практически не сможет «догнать» поверхность. Даже незначительная часть, которая догонит и рассеется на частицах поверхности, в основном будет захвачена обратно. Тем не менее, в принципе радиальная часть излучения сможет выбираться из области застывания, хотя и достаточно долго.

В-третьих, частицы и крупные объекты, падающие на фрозар, смогут «догнать» поверхность только в том случае, если их скорость больше, чем скорость на поверхности для данной радиальной координаты r . Однако, они застынут также, как и сама поверхность, поскольку попадают в область, где в терминах t , времени внешнего мира, практически «ничего не происходит».

Эти свойства означают, что фрозар - это не только застывшая, но и практически тёмная звезда. Тем не менее, фрозар, даже будучи практически тёмным, не строго чёрный, а имеет небольшой оттенок серого, так как радиально-направленное излучение в принципе может покидать его.

Для частиц конечной массы фрозар - очень глубокая потенциальная яма, но это не безнадёжная «дыра», из которой нет выхода вообще. Частицы на поверхности находятся вне r_g и поэтому те из них, которые приобретают радиальную скорость близкую к локальной скорости света, смогут отойти от фрозара на заметное локальное расстояние, хотя практически все упадут обратно.

И, наконец, в отличие от нейтронных звёзд, при падении вещества на фрозар вспышка излучения не будет наблюдаться, поскольку само падение происходит в

виде быстрого застывания вблизи поверхности. Любое выходящее излучение, как обсуждалось выше, будет настолько подавленным, что для внешнего наблюдателя падение на фрозар будет практически «тихим».

Эти свойства фрозаров находятся в согласии с наблюдаемыми свойствами известных компактных объектов, которые являются «кандидатами в фрозары».

5.2. Эффекты неоднородности поверхности и внутренней структуры

Неоднородность распределения плотности вещества на поверхности фрозара, в результате неоднородной аккреции, созданной «масконом» массы $\delta m(\theta, \varphi)$, приводит к небольшим возмущениям метрики. В случае сферического фрозара к метрике Шварцшильда добавятся возмущения $\delta g_{\mu\nu}(r, \theta, \varphi)$ над этими областями поверхности:

$$\begin{aligned} g_{00}(r, \theta, \varphi) &= g_{00}(r) + \delta g_{00}(r, \theta, \varphi), \\ g_{11}(r, \theta, \varphi) &= g_{11}(r) + \delta g_{11}(r, \theta, \varphi) \end{aligned} \quad (86)$$

Эти возмущения быстро уменьшаются с расстоянием, но, тем не менее, приводят к наблюдаемым эффектам. В некоторых случаях, например, при наличии орбитальных источников излучения, их можно обнаружить с помощью методов гравиметрии, а также неровностей красных смещений и теней.

В гравиметрии фрозара «нормальная» компонента гравитационного потенциала $\phi(r)$, связанного с метрикой как $g_{00}(r) = 1 + 2\phi(r)$ и соответствующий изначально однородной поверхности фрозара, должна быть отделена от зависящих от угловых возмущений $\delta\phi(r, \theta, \varphi)$, связанных с неоднородной аккрецией вещества.

Одним из наблюдаемых следствий таких возмущений метрики является появление небольших отклонений в тени фрозара. Гравитационное отклонение световых лучей искажается возмущениями метрики, и для луча, проходящего на расстоянии l от центра фрозара, имеем:

$$\delta\phi(r, \theta, \varphi) \simeq \frac{2r_g}{l} + \frac{4G\delta m(\theta, \varphi)}{l - r_g} \simeq \frac{2r_g}{l} \left(1 + \frac{\delta m(\theta, \varphi)}{m(1 - r_g/l)} \right). \quad (87)$$

Более сильное отклонение лучей от более массивного участка поверхности увеличивает границу тени над этой областью, и граница тени будет содержать неровности.

Другой класс наблюдаемых эффектов связан с возмущением красных смещений и траекторий орбит объектов вокруг фрозара. Стандартное выражение для сдвига частоты фотонов переходит в:

$$\omega(r, \theta, \varphi) \simeq \omega_0 \left[1 - \frac{r_g}{r} - \frac{2G\delta m(\theta, \varphi)}{r - r_g} \right]^{1/2} \simeq \omega_0 \left[1 - \frac{r_g}{r} \left(1 + \frac{\delta m(\theta, \varphi)}{m(1 - r_g/r)} \right) \right]^{1/2}. \quad (88)$$

Возмущения метрики могут привести и к дополнительной прецессии орбит, которая может наблюдаться по излучению обращающегося объекта.

5.3. Следствия отсутствия эргосферы у вращавшихся фрозаров

В разделе 3.2 было показано, что в статической системе отсчёта поверхность вращавшегося фрозара застывает за пределами внешнего гравитационного радиуса метрики Керра (73), ранее считавшегося внешней границей эргосферы. Поскольку метрика внутри такого фрозара задаётся материальным решением и не является метрикой Керра, это означает, что вращавшийся фрозар не имеет эргосферы. Прежняя же экстраполяция вакуумного решения, каковым является решение Керра, во внутрь коллапсирующей звезды, не имела никаких логических оснований и была лишь математическим упражнением, не имеющим физического смысла.

Непосредственным результатом этого факта является отсутствие эффектов, связанных с возможным существованием эргосферы, таких как извлечение энергии вращения при попадании частиц в эргосферу путём последующего высвобождения.

5.4. Эффекты слипания фрозаров без слияния

Результат слипания фрозаров, обсуждавшийся в разделе 5.2, может быть наиболее крупной неоднородностью в кластере из фрозаров. Эти неоднородности также приводят к наблюдаемым эффектам, более сильным, чем аналогичные эффекты, рассмотренные выше, такие как масконы на поверхности фрозара. Гравиметрия, а также другие методы также могут позволить изучить внутреннюю структуру таких кластеров фрозаров.

Кроме того, слипание двух фрозаров также приводит к более короткой и более слабой вспышке испускаемого излучения на заключительной стадии, включая гравитационные волны, чем при слиянии. Этот вопрос требует дальнейшего изучения с подробным численным моделированием процесса.

5.5. Эффекты задержки падения заряженного поверхностного слоя

При коллапсе заряженной пылевой звезды заряженные частицы, собравшиеся на тонком поверхностном слое, падают не свободно, а тормозятся электрическим полем звезды. В результате в ходе коллапса поверхностный слой звезды отстаёт от внутренних слоёв и падает на некотором расстоянии от нейтральных слоёв в виде тонкой заряженной оболочки или даже зависает при достаточно сильном заряде.

Этот слой тормозится некоторое время на конечном расстоянии над звездой, ставшей фрозаром и затем, попадая в область застывания, оболочка также застывает. Если же зависает, не попадая в область застывания, то в астрофизике эта ситуация длится недолго из-за постепенной нейтрализации заряда оболочки окружающим звездным веществом, после чего частицы оболочки медленно оседают на фрозар.

Первый класс наблюдательных эффектов такого более позднего падения заряженной оболочки связан с излучением заряженной оболочки и взаимодействием излучения с этой оболочкой. Второй класс эффектов связан с медленной нейтрализацией и падением этой оболочки на фрозар с исчезновением его эффектов.

Для вращающейся заряженной оболочки возникают и эффекты магнитного поля, медленно ослабевающие по мере нейтрализации и оседания оболочки.

Заключение

Мировая линия частицы на тонкой пылевой оболочке и на поверхности сферической пылевой звезды $r_b > r_g$ (и $\varphi, \theta = \text{const.}$) описывается $t(R_b, r_b)$ и $\tau(R_b, r_b)$, обозначая одно и то же событие с той же частицей. Существует взаимно-однозначное соответствие между обеими кривыми $t(R, r)$ и $\tau(R, r)$ представляющими одно и то же событие на одной и той же мировой линии $r(R, t) = r(R, \tau)$, и поэтому обе кривые являются асимптотическими. При $t \rightarrow \infty$ они асимптотически сближаются с гравитационным радиусом $r(R, t) \rightarrow r_g$ и $r[R, \tau(t)] \rightarrow r_g$.

Графики мировых линий частиц звезды (Рис. 2-3) показывают внутреннюю структуру пылевой звезды на гиперповерхностях одновременности $t = \text{const.}$ При больших t мировые линии частиц во всех слоях приближаются к своим асимптотам на внутренних эффективных гравитационных радиусах, параллельных оси t . Слои, эквидистантные вначале, при застывании также останутся почти эквидистантными в нижних слоях и уплотняются только вблизи поверхности.

Это показывает, что картина застывшей звезды относится не только к поверхности, асимптотически приближающейся к гравитационному радиусу, оставаясь за его пределами, но и к структуре пылевой звезды в целом. Изображение структуры и эволюции звезды с асимптотически застывающими слоями на гиперповерхностях одновременности $t = \text{const.}$ будет воспроизведено во всех системах отсчёта с физическими координатами, если будет обеспечено сшивание с внешним решением.

Описаниями, имеющими физический смысл с точки зрения применения общей теории относительности к астрофизике, являются те, которые в любой конечный момент космологического времени в окрестности звезды описывают только те события во внутренних слоях, которые одновременны с моментом мирового времени на поверхности. Все остальные описания, основанные на неодновременных событиях в разных частях звезды, являются либо нефизическими, либо могут играть только вспомогательную роль для последующего перехода к набору одновременных событий во всём объёме звезды.

Также важно, что в решении ОС мировые линии частиц звезды охватывают каждый момент существования этих частиц в реальном мире и, следовательно, эти решения дают нам полную картину эволюции звезды. Необратимое застывание относительно t всех физических процессов в звезде из-за релятивистского и гравитационного замедления собственных времён является тем физическим явлением, которое останавливает также и процесс коллапса. Наличие этого фундаментального физического явления, застывания локальных процессов, отличает релятивистский коллапс от ньютоновского, где такого механизма остановки нет.

Таким образом, коллапс однородной пылевой звезды в общей теории относительности в точных решениях методом ОС в любой конечный момент времени внешнего мира приводит к застывшей звезде или фрозару, объекту, имеющему почти однородную и практически застывшую внутреннюю структуру с времениподобными мировыми линиями частиц конечной массы.

Рассмотрение заряженных и вращавшихся фрозаров позволило предсказать некоторые их новые свойства. Для заряженной пылевой звезды заряженная тонкая поверхностная оболочка падает медленнее, чем внутреннее нейтральное вещество. Во вращавшемся фрозаре нет эргосферы, поскольку его поверхность застывает на внешней границе области, где могла бы образоваться эргосфера.

Наблюдательные следствия коллапса с образованием на конечной стадии релятивистского фрозара оказались весьма разнообразными. Одним из них оказалась возможная неоднородность поля фрозара из-за неоднородностей на его поверхности, порождённых веществом, упавшим после образования фрозара и, застывшим на его поверхности. Ещё один эффект - это невозможность слияния фрозаров и их слипание из-за застывания каждого из фрозаров на гравитационном радиусе всей системы.

Более общее решение уравнений Эйнштейна для оставшихся двух видов скорости пылевого вещества, при которых сохраняется локальная однородность, эллиптической и гиперболической ($k = \pm 1$), будет приведено во второй статье [7].

Литература

1. Oppenheimer J., Snyder H. (1939) *Phys. Rev.*, **56**, 455.
2. Tolman R. (1934) *Proc. N. Acad. Sci. USA*, **20**, 169.
3. Закир З. (2017) *ТФАК*, **12**(1) 1; **12**(1) 17.
4. Zakir Z. (2018) *Astroph. & Sp. Sci.* **363**: 30
5. Klein O. (1961). Ein. Prob. allgem Rel. в *W. Heisenb. Phys. unz. Z.*, с. 58.
6. Вайнберг С. (1975). *Гравитация и космология*. М.
7. Закир З. (2020) *Квант. и грав. физ.*, **1:007-7131**.
8. Закир З. *ТФАК*, (2006) **1**(3) 45; (2007) **2**(1) 1 (arxiv:0705.2585).
9. Закир З. *ТФАК*, (2012) **7**(1) 1; **7**(1) 15; **7**(1) 15; (2015) **10**(1) 43.
10. Закир З. (2012) *ТФАК*, **7**(2), 23.
11. Закир З. (2020) *Теория фрозаров. Релятивистский коллапс звёзд*. ЦТФА, Т.
12. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. (2003) *Теория поля*. 8-изд. М.
13. Kerr R. (1963) *Phys. Rev. Lett.*, **11**, 237.
14. Marshall T. (2012) *Astrophys. Space Sci.*, **342**:329.