

Время-симметричные релятивистская и квантовая теории. 3. Время-симметричная квантовая теория поля

Захид Закир¹

Аннотация

Время-симметричная теория относительности (ВСТО) на базе интерпретации Зисмана-Штюкельберга-Фейнмана (ЗШФ) включает системы отсчёта, идущие назад во времени, максимально расширив группу их симметрии до общей группы Лоренца $O(1,3)$ с 4-инверсией (статья 1). Такие же время-симметричные (ВС) расширения релятивистской квантовой механики (ВСКМ) (статья 2) и квантовой теории поля (ВСКТП) (данная статья) не содержат проблем прежних РКМ и КТП. Прежняя КТП вводила без оснований гипотезы о физических квантовых полях во всём пространстве, для каждого вида частиц, и они вели к неразрешимым проблемам. ВСКТП ограничивается известными внешние поля взаимодействий, а частицы описывает теорией многочастичных систем. В методе вторичного квантования одночастичные волновые функции и операторы, которые повышают или понижают число частиц в системе, образуют операторные амплитуды вероятностей перехода. Они комплексные, действуют в своих пространствах состояний для данного знака энергии, ведут к положительной норме состояний. Как и в квантовой механике, вместе со своей сопряжённой амплитудой образуют каноническую пару. Канонический формализм в релятивистской теории последователен лишь в формализме Гамильтона-Якоби (ГЯ), где 3-импульс и гамильтониан входят в уравнения в одинаковой степени. Дифференциальная форма релятивистского уравнения ГЯ есть уравнение Клейна-Гордона (КГ), выражающее связь энергии и импульса и являющееся общим уравнением для физических компонент всех операторных амплитуд. В случае бозонов достаточно уравнения КГ, для фермионов требуется линеаризация уравнения ГЯ, что ведёт к специальным уравнениям первого порядка, в частности, к уравнению Дирака. Операторы наблюдаемых нормально-упорядочены и в основном состоянии нет нулевых флуктуаций. Поток вероятности определяется 4-импульсом и имеет тот же знак, токи взаимодействия также пропорциональны потоку вероятности и меняют знак вместе с 4-импульсом, и это исправляет токи в теории фермионов. Введение взаимодействий в уравнение ГЯ ведёт к новым контактными членам. Время-симметричные упорядочения операторных амплитуд ведут к причинным пропагаторам и к обычной диаграммной технике. Учёт внешнего гравитационного поля квантов на планковской длине, гравитационном радиусе системы, и замедления их собственных времён в этом поле ведут к гравитационной саморегуляризации петлевых диаграмм. Это делает ряды теории возмущений в Стандартной Модели (СМ) и квантовой гравитации конечными и сходящимися. Вклады киральных аномалий конечны и в СМ они сокращаются.

Ключевые слова: античастицы, частицы отрицательной энергии, интерпретация Зисмана-Штюкельберга-Фейнмана, общая группа Лоренца, 4-инверсия, квантовые поля, нулевая энергия вакуума

Содержание

1. ВВЕДЕНИЕ.....	2
2. ОТ ВРЕМЯ-СИММЕТРИЧНОЙ РКМ К ВРЕМЯ-СИММЕТРИЧНОЙ КТП.....	4
2.1. КАНОНИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА ПРОСТРАНСТВА СОСТОЯНИЙ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ.....	4
2.2. ВРЕМЯ-СИММЕТРИЧНАЯ РЕЛЯТИВИСТСКАЯ КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА	5
3. ВРЕМЯ-СИММЕТРИЧНЫЕ ЭФФЕКТИВНЫЕ КВАНТОВЫЕ ПОЛЯ.....	9
3.1. О ПЕРЕХОДЕ ОТ РКМ К КТП И ГИПОТЕЗАХ О ФИЗИЧЕСКИХ КВАНТОВЫХ ПОЛЯХ	9

¹ *Центр теоретической физики и астрофизики, Ташкент Узбекистан* zzakir@qgph.uz, ORCID

3.2. КВАНТОВОЕ ПОЛЕ КАК ЭФФЕКТИВНОЕ ПОЛЕ ДЛЯ ОПИСАНИЯ МНОГОЧАСТИЧНОЙ СИСТЕМЫ.....	11
3.3. ВРЕМЯ-СИММЕТРИЧНОЕ КВАНТОВАНИЕ БОЗОННЫХ ПОЛЕЙ	14
3.4. ВРЕМЯ-СИММЕТРИЧНОЕ КВАНТОВАНИЕ ФЕРМИОННОГО ПОЛЯ СПИНА $\frac{1}{2}$	15
3.5. БЕЗМАССОВЫЕ БОЗОННЫЕ ПОЛЯ СМ И ГРАВИТОНЫ.....	16
4. КОММУТАТОРЫ, ВРЕМЯ-СИММЕТРИЧНОЕ ХРОНОЛОГИЧЕСКОЕ УПОРЯДОЧЕНИЕ И ПРИЧИННЫЕ ПРОПАГАТОРЫ	18
4.1. КОММУТАТОРЫ ПОЛЕЙ И МИКРОПРИЧИННОСТЬ	18
4.2. ВРЕМЯ-СИММЕТРИЧНОЕ ХРОНОЛОГИЧЕСКОЕ УПОРЯДОЧЕНИЕ.....	19
4.3. ПРИЧИННЫЕ ПРОПАГАТОРЫ ПОЛЕЙ	19
5. ВРЕМЯ СИММЕТРИЧНАЯ ТЕОРИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ПОЛЕЙ	21
5.1. ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИЕ ЧАСТИЦЫ И ПОЛЯ.....	21
5.2. ВРЕМЯ-СИММЕТРИЧНЫЕ S-МАТРИЦА И ТЕОРИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ.....	22
5.3. ДИАГРАММНАЯ ТЕХНИКА.....	23
5.4. ГРАВИТАЦИОННАЯ САМОРЕГУЛЯРИЗАЦИЯ И КОНЕЧНОСТЬ ВС КТП.....	25
6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	26
ЛИТЕРАТУРА	27

1. Введение

В ковариантной формулировке релятивистской квантовой теории имеются состояния отрицательной энергии, связанные с существованием античастиц. Эта связь нетривиальна и это привело к ряду трактовок на протяжении почти ста лет.

Первой попыткой придания им физического смысла была известная теория дырок Дирака [1]. В этой гипотезе собственное время τ частиц отрицательной энергии, в противоречие с теорией относительности, считалось идущим вперёд вместе с обычным временем t .

Последовательное же описание состояний отрицательной энергии было дано Зисманом (1940) [2], Штюкельбергом (1941) [3] и Фейнманом (1949) (ЗШФ) [4]. Они показали, что в релятивистской теории частицы отрицательной энергии идут только назад по оси t , т.е. $\Delta\tau > 0$ при $\Delta t < 0$, и их описание эквивалентно описанию античастиц положительной энергии, идущих вперёд во времени. Интерпретация состояний отрицательной энергий как способа описания состояний античастиц, интерпретация ЗШФ, лежит в основе релятивистской квантовой механики (РКМ) и её ковариантной диаграммной техники.

Однако сама релятивистская теория не была согласована с интерпретацией ЗШФ в полной мере, так как не включала системы покоя частиц отрицательной энергии, где и должны измеряться их собственное время и энергия покоя [5,6]. В первой статье [7] теория относительности была расширена на такие системы отсчёта, идущие назад по оси t , формулируя время-симметричную теорию относительности (ВСТО) и расширив группу симметрии до общей группы Лоренца $O(3,1)$ включающей инверсию времени. И в общем случае 4-инверсию $x_-^\mu = -x^\mu$, $\mu = 0, 1, 2, 3$.

ВСТО привела к время-симметричной РКМ (ВС РКМ) без проблем прежней РКМ (статья 2 [8]). Поток вероятности в ВС РКМ определяется 4-импульсом и их знаки совпадают, поэтому вероятности положительны, а знак 4-компоненты потока определяется направлением эволюции во времени. Токи взаимодействия, если пропорциональны току вероятности, меняют знак при смене знака 4-импульса, что имеет место для взаимодействий с калибровочными полями. Всё это сделало теорию бозонов в РКМ состоятельной и внесло коррективы в теорию фермионов.

В данной, третьей статье будет рассмотрено применение ВСТО к квантовой теории поля (КТП). Прежняя форма КТП постулировала гипотезы о существовании для каждого типа частиц физического квантового поля, заполняющего всё пространство [9-11]. Но в действительности эти гипотезы не имели оснований и лишь вели к неразрешимым проблемам. Одной из основных была проблема нулевых флуктуаций вакуума. Для электромагнитного поля это следствие квантового поля было опровергнуто на экспериментах. Эффект Казимира показал, что наблюдаются лишь эффекты флуктуаций полей реальных источников, атомов кристалла, и нет следствий нулевых колебаний вакуума электромагнитного поля, которые должны были удвоить эффект. Такая же ситуация и с вкладом нулевых колебаний в лэмбовский сдвиг и аномальные магнитные моменты – эксперимент показывает вклад лишь петлевых поправок, вклада реальных источников, и отсутствие вклада нулевых флуктуаций вакуума поля, которые также должны были удвоить наблюдаемые эффекты.

В статье формулируется время-симметричная КТП (ВС КТП) на базе ВСТО без гипотез и проблем прежней КТП. В ней формализм прежней КТП в целом сохранился, но не потому, что были верны её гипотезы, а потому, что их нежелательные последствия исправлялись «вручную» так, чтобы формализм соответствовал результатам экспериментов. В ВС КТП физическими полями считаются известные из практики внешние поля взаимодействий, а гипотезы о квантовых полях исключены. Квантовые свойства внешних полей сводятся к излучению и поглощению своих квантов, которые, как и остальные частицы материи, далее описываются методами теории многочастичных систем, в которой удобно вводить эффективные поля.

В одном из них, в методе вторичного квантования, вводятся операторы полей в виде произведений одночастичных волновых функций и операторов, повышающих или понижающих число частиц. Их физический смысл в том, что они являются операторными амплитудами перехода и поэтому комплексные, действуют в своих пространствах состояний для каждого знака энергии и дают положительные нормы состояний. Как и волновые функции в квантовой механике, эти операторные амплитуды образуют каноническую пару со своим сопряжённым оператором. Далее описание античастиц через частицы отрицательной энергии, идущие обратно во времени, делает ВС КТП ковариантной и последовательной.

В релятивистское соотношение связи гамильтониана с 3-импульсом обе они входят квадратично и в каноническом формализме это свойство последовательно учитывается в методе Гамильтона-Якоби (ГЯ) [8]. Дифференциальная форма релятивистского уравнения ГЯ, уравнение Клейна-Гордона (КГ), выражая связь энергии с 3-импульсом, является общим уравнением для физических компонент операторных амплитуд перехода всех частиц. В случае бозонов достаточно общего уравнения КГ, а для фермионов линеаризация уравнения ГЯ ведёт к специальным уравнениям первого порядка, в частности, к уравнению Дирака. Гамильтонианы в ВС КТП не содержат нулевой энергии основного состояния и ведут к нормально-упорядоченным операторам наблюдаемых. Введение взаимодействий в уравнение ГЯ ведёт к новым контактным членам, которые ведут к наблюдаемым поправкам.

Время-симметричное упорядочение операторных амплитуд перехода ведёт к причинным пропагаторам и к ковариантной диаграммной технике и, таким образом, ВС КТП выводит из физических принципов прежние эвристические рецепты, позволившие корректно описывать процессы физики частиц.

Как и в ВС РКМ, учтено внешнее гравитационное поле, создаваемое полной энергией системы частиц в петлевой диаграмме. Учёт замедления в этом внешнем поле собственных времён частиц относительно мирового времени, в котором определена S -матрица, ведёт к застыванию всех процессов на длине Планка,

гравитационном радиусе системы [12]. Такая гравитационная саморегуляризация делает ряды теории возмущений Стандартной Модели (СМ) и квантовой гравитации конечными и сходящимися. Киральные аномалии растут линейно и их вклады большие, но их сокращение в СМ становится рациональной операцией.

В разделе 2 обсуждаются ВС РКМ и переход от неё к ВС КТП. В разделах 3-4 рассмотрены время-симметричные эффективные бозонных и фермионные квантовые поля, их коммутаторы и пропагаторы. В разделе 5 кратко обсуждаются теория взаимодействующих частиц, включая теорию возмущений, а также гравитационная саморегуляризация петлевых диаграмм. Более детально ВС КТП изложена в книге [13]. В статье $c = \hbar = 1$ и метрика $g_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$.

2. От время-симметричной РКМ к время-симметричной КТП

2.1. Каноническая структура пространства состояний квантовой теории

В квантовой механике состояния описываются комплексными волновыми функциями $\psi(\mathbf{x}, t)$, $\psi^*(\mathbf{x}, t)$, являющимися амплитудами вероятности и связаны с плотностью вероятности $\psi^* \psi = \rho$. Они образуют каноническую пару в фазовом пространстве (ψ, ψ^*) со скобками Пуассона:

$$\{A, B\} = \frac{1}{i\hbar} \int \left(\frac{\delta A}{\delta \psi} \frac{\delta B}{\delta \psi^*} - \frac{\delta B}{\delta \psi} \frac{\delta A}{\delta \psi^*} \right) d^3 \mathbf{x}, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \{\psi(x, t), \psi^*(x', t)\} &= \delta(x - x') / i\hbar, \\ \{\psi(x, t), \psi(x', t)\} &= \{\psi^*(x, t), \psi^*(x', t)\} = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Алгебра наблюдаемых в этом фазовом пространстве ведёт к операторной алгебре. Величины наблюдаемых A определяются через билинейные формы амплитуд с оператором $\hat{A}$, действующим на эти состояния:

$$A = \int \psi^* \hat{A} \psi d^3 \mathbf{x}. \quad (3)$$

Соответствующее уравнение эволюции для наблюдаемой имеет вид:

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \{A, H\}, \quad (4)$$

где гамильтониан H тоже определён билинейной формой вида (3). Канонические уравнения в этом фазовом пространстве для самой канонической пары имеют вид:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \{\psi, H\} = \frac{1}{i\hbar} \frac{\delta H}{\delta \psi^*} = \frac{1}{i\hbar} \hat{H} \psi, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \psi^*}{\partial t} = \{\psi^*, H\} = -\frac{1}{i\hbar} \frac{\delta H}{\delta \psi} = -\frac{1}{i\hbar} \hat{H} \psi^* \quad (6)$$

и представляют собой уравнения Шрёдингера.

Эта каноническая структура пространства состояний сохраняется в любом из применений формализма квантовой механики, в том числе в ВС РКМ и ВС КТП. В ВС РКМ это не вызывает вопросов, так как физический смысл волновой функции остаётся прежней и далее в статье приведём лишь основные результаты.

Ситуация в ВС КТП более нетривиальная, так как состояния многочастичные и коэффициенты их импульсного разложения по одночастичным

волновым функциям ψ, ψ^* становятся операторами, которые понижают или повышают число частиц в данном состоянии. Амплитуды вероятности поэтому становятся эффективными полевыми операторами. Вероятности по-прежнему определяются через их билинейные формы и прежние волновые уравнения, естественно, остаются уравнениями и для этих операторных амплитуд перехода. Поэтому изменение математической формы канонической пары с переходом в операторный вид не меняет прежнюю структуру фазового пространства. Меняется лишь то, что она становится канонической структурой в фазовом пространстве операторных амплитуд перехода $(\hat{\psi}, \hat{\psi}^+)$, где вводится эрмитово сопряжение (далее будем опускать шляпки).

2.2. Время-симметричная релятивистская квантовая механика

ВС РКМ (см. статью 2 [8]) сохранил основные результаты прежней РКМ, выраженные в волновых уравнениях и в диаграммной технике, внося изменения в их выводы и интерпретации, с чем и были связаны многие проблемы. В результате теория стала более последовательной, без ряда прежних противоречий и проблем. Ниже рассмотрим те из положений ВС РКМ, которые необходимо учитывать при построении ВС КТП.

Выражения гамильтониана свободной релятивистской частицы через 3-импульс квадратичное и поэтому релятивистское уравнение ГЯ, также как релятивистское уравнение Шрёдингера, содержит эти операторы квадратично:

$$-\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = H_0^2 \psi, \quad H_0^2 = \mathbf{p}^2 + m^2. \quad (7)$$

Подставив в (7) выражение для 3-импульса $\mathbf{p}^2 = -\nabla^2$, приходим к уравнению КГ:

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m^2) \psi = 0. \quad (8)$$

Линеаризация квадратичного гамильтониана в (7) даёт матричным гамильтониан:

$$H_0 = \boldsymbol{\alpha} \mathbf{p} + \beta m. \quad (9)$$

Подстановка (9) в уравнение Шрёдингера (5) превращает его в уравнение Дирака:

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi = 0, \quad (10)$$

где 4x4 матрицы Дирака $\gamma^\mu = (\beta, \beta \boldsymbol{\alpha})$ антикоммутируют $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}$.

Амплитуды вероятности ψ, ψ^+ дают 4-компоненту тока вероятности:

$$j_\pm^0 = u_\pm^0 \rho = \pm c \cdot \psi^+ \psi, \quad (11)$$

где $u_\pm^0 = \pm c$ - временная компонента 4-скорости (здесь $c \neq 1$).

Специфику релятивистских систем проще и естественнее учесть в формализме ГЯ, где степени гамильтониана и 3-импульса в уравнении эволюции одинаковы. Поэтому основные соотношения и уравнения ВС РКМ будем получать именно в этом формализме.

В нерелятивистской версии формализма ГЯ 3-импульс определён как градиент функции действия вдоль траектории $\vec{p} = -\nabla S$ и свободный гамильтониан $H_0 = (\nabla S)^2 / 2m$ входит в уравнение ГЯ $\partial_t S + H_0 = 0$ линейно.

Но (7) даёт релятивистское уравнение ГЯ с квадратичным гамильтонианом:

$$(\partial_0 S)^2 = H_0^2, \quad H_0^2 = (\nabla S)^2 + m^2 \Rightarrow \partial_\mu S \cdot \partial^\mu S = m^2. \quad (12)$$

При переходе к нерелятивистскому пределу вклад энергии покоя исключается $S = S' - mt$, и уравнение ГЯ для S' снова становится линейным по H_0 .

В ВС РКМ трансляционная симметрия даёт $\psi(x+a) = e^{-iPa}\psi(x)$ и генератор трансляций - оператор 4-импульса $P^\mu = i\partial^\mu$, действуя на волновую функцию, даёт его собственные значения p^μ :

$$P^\mu \psi = p^\mu \psi. \quad (13)$$

Повторное применение P^μ к (13) и учёт $p^\mu p_\mu = m^2$ даёт уравнению КГ (8):

$$P^\mu P_\mu \psi = -\partial^\mu \partial_\mu \psi = p^\mu p_\mu \psi = m^2 \psi. \quad (14)$$

Энергия выраженная через 3-импульс есть гамильтониан $P_0(\vec{P}) = H_0$ и поэтому:

$$-\partial_0^2 \psi = H_0^2 \psi = (\vec{P}^2 + m^2) \psi. \quad (15)$$

Здесь уравнения второго порядка (14) и (15) выражают релятивистскую связь между энергией и импульсом и поэтому являются ковариантной и ГЯ формами *общего волнового уравнения*, которому удовлетворяют физические компоненты волновых функций всех частиц конечной массы независимо от спина.

С начала создания РКМ адекватный учёт специфики релятивистской теории оставалась лишь частично решённой задачей, что вело к ряду заблуждений [9,10].

Во-первых, гамильтониан входит в общее уравнение (14)-(15) квадратично и это принципиально важный факт. Энергия имеет два знака и пространство состояний разделено на две ортогональные части с определённым знаком энергии.

Во-вторых, частицы в этих состояниях разного знака энергии идут в разные стороны оси времени.

В-третьих, волновые уравнения в ВС РКМ для свободных частиц линейны и однородны и поэтому волновые функции, как и в нерелятивистском случае, определены с точностью до нормировочных факторов. В релятивистской теории эти факторы могут меняться при преобразованиях систем отсчёта, в частности, меняется нормировочный объём. Конечный нормировочный объём зависит от системы отсчёта и инвариантен только собственный нормировочный объём V_0 , объём в системе покоя частицы K_0 . Поэтому инвариантна нормировка на единицу только этого объёма $V_0 = 1$, что влияет на плотности в этом объёме, измеренные в других системах отсчёта. В прежней РКМ лагранжианы в функции действия, интегрируемые по инвариантному 4-объёму, считались инвариантными без учёта того факта, что билинейные формы волновых функций образуют плотности вероятности. Игнорирование физического смысла этих билинейных форм как плотностей вероятности противоречит квантовой механике, а при учёте этого факта прежние лагранжианы перестают быть релятивистски инвариантными.

В-четвёртых, знак нормировочного фактора спиноров для фермионов зависит от знака энергии. Поэтому знаки билинейных форм операторов физических величин зависели от знака нормировочного фактора для спиноров, хотя собственные значения операторов не зависят от знака этого фактора.

И в-пятых, релятивистское уравнение ГЯ содержит квадрат гамильтониана, что исключает аналогию с моделью связанных гармонических осцилляторов, где гамильтониан пропорционален квадрату канонического импульса. Несмотря на внешнюю ковариантность этой модели, гамильтониан, как квадратичная форма, был фактически нерелятивистским, отрицательные собственные значения энергии бозонов были исключены. Отрицательные энергии появлялись лишь при условии отрицательности нормы состояний, что не допускается квантовой механикой.

Релятивистская теория же симметрична для состояний обеих знаков энергии, в частности, в РКМ отрицательные энергии фермионов появляются естественно и используются для описания античастиц положительной энергии.

Первая специфика ранее была корректно учтена только для фермионов путём линеаризации квадрата гамильтониана с переходом к уравнениям первого порядка (13) или специальным волновым уравнениям. Если в уравнение КГ входит отдельная физическая компонента волновой функции, то специальные волновые уравнения определяют смешивание компонент из-за спина и взаимодействий.

Вторая специфика учитывается согласно ЗШФ [2-4] и ВСТО [7,8].

В ВС РКМ учитывается также и третья специфика релятивистских систем, свойства преобразований нормировочных объёмов и плотностей. Поскольку нормировка $V_0 = 1$ инвариантна, то и собственные волновые функции ψ_0 , определённые в K_0 , также инвариантны и ведут к инвариантной плотности вероятности $\rho_0 = \psi_0^+ \psi_0$. В лабораторной системе отсчёта K_+ , где разные частицы имеют разные 3-импульсы, соответствующий V_0 лабораторный нормировочный объём $V(V_0)$ зависит от энергии каждой частицы: $V = m / E_p$. Соответственно лабораторные волновые функции ψ задают лабораторные плотности вероятности $\rho = \psi^+ \psi$. Отметим, что в прежнем утверждении о лоренц-инвариантности билинейной формы в массовом члене лагранжиана фермионов $\bar{\psi}\psi$, где $\bar{\psi}$ - сопряжённый спинор, не учитывалось то, что она пропорциональна плотности вероятности, которая преобразуется как обратная степень объёма. Поэтому и в этом вопросе более адекватен ситуации не лагранжев формализм, а формализм ГЯ в релятивистской модификации (12), ведущий к уравнениям (14)-(15).

Для учёта четвёртой специфики исходим из того факта, что в квантовой механике физические величины даются собственными значениями операторов F в состояниях ψ , которые следуют из уравнений на собственные значения $F\psi = f\psi$. Во-первых, эти уравнения однородны относительно ψ и поэтому собственные значения f не зависят от констант нормировки ψ . Во-вторых, плотность вероятности физической величины выражается матричным элементом $\bar{\psi}F\psi = f\bar{\psi}\psi$. Здесь $\bar{\psi}$ - сопряжённая волновая функция, которая для бозонов равна эрмитовому сопряжению $\bar{\psi} = \psi^+$, а для фермионов включает матрицу Дирака: $\bar{\psi} = \psi^+ \gamma^0$. Как видим, $\bar{\psi}F\psi$ даёт не величину f , а его значение умноженное на нормировочный фактор $\bar{\psi}\psi \neq 0$, пропорциональный плотности вероятности. Поэтому значение f даёт нормированный матричный элемент:

$$f = \frac{\bar{\psi}F\psi}{\bar{\psi}\psi}. \quad (16)$$

В релятивистской механике тензор энергии-импульса в K_+ для системы невзаимодействующих частицы равен $\varepsilon_0 u^\mu u^\nu$, т.е. даётся произведением инвариантной собственной плотности энергии $\varepsilon_0 = dm / dV_0$, заданной в K_0 , и двух 4-скоростей u^μ , заданных в K_+ . В РКМ ε_0 придаётся смысл плотности вероятности энергии покоя в ансамбле частиц, где задана вероятность w , и она отличается от собственной плотности вероятности $\rho_0 = dw / dV_0$ только

умножением на энергию покоя, т.е. $\varepsilon_0 = m\rho_0$. Определение плотности вероятности 4-импульса, тем самым, принимает вид $m\rho_0 u^\mu = m j^\mu$, где

$$j^\mu = \rho_0 u^\mu \quad (17)$$

есть 4-вектор плотности потока вероятности. При этом tu^μ определяется дрейфовой (действительной) частью собственных значений оператора 4-импульса $i\hbar\partial^\mu$ в K_+ , который выразим через нормированную билинейную форму:

$$p^\mu = \frac{\bar{\psi} i\partial^\mu \psi}{\bar{\psi}\psi}. \quad (18)$$

Для свободной частицы среднее от оператора 4-потока тогда равняется интегралам по двум видам объёмов от этой эрмитовой билинейной формы:

$$J^\mu = \int dV_0 \rho_0 u^\mu = \int dV \rho u^\mu = \frac{i}{2m} \int dV \sigma [\bar{\psi} \partial^\mu \psi - (\partial^\mu \bar{\psi}) \psi], \quad (19)$$

где $\sigma = \psi^+ \psi / \bar{\psi}\psi$. Для бозонов и фермионов $\psi^+ \psi > 0$, но при отрицательной энергии фермионов $\bar{\psi}\psi < 0$ и $\sigma < 0$, а во всех других случаях $\bar{\psi}\psi > 0$, $\sigma > 0$.

Среднее от временной компоненты потока в результате имеет вид:

$$J^0 = \int dV_0 \rho_0 u^0 = \int dV \rho u^0 = \frac{i}{2m} \int dV \sigma [\bar{\psi} \partial_t \psi - (\partial_t \bar{\psi}) \psi]. \quad (20)$$

Поскольку при отрицательной энергии бозонов поток отрицателен, то считалось, что теория бозонов ведёт к отрицательной вероятности. В ВС РКМ выражение для потока (20) является общим для всех релятивистских частиц. В нерелятивистском пределе плотность потока вероятности принимает вид (здесь $c \neq 1$):

$$j_\pm^0 \approx \sigma c \psi^+ \psi, \quad \vec{j} \approx \frac{\vec{p}}{m} \psi^+ \psi. \quad (21)$$

Временная компонента $j_\pm^0$ имеет два знака для двух направлений потока вдоль оси времени для двух знаков энергии, когда скорости потоков равны $(\pm c, \vec{v})$.

Для свободных частиц σ не зависит от координат и справедливо обычное уравнение непрерывности: $\partial_\mu j^\mu = 0$. Таким образом, в ВС РКМ j^μ выражается через дрейфовую часть 4-импульса (18) с нормировочным фактором σ . Для фермионов отрицательной энергии $\sigma < 0$, что компенсирует отрицательный знак формы $\bar{\psi}\psi$, а во всех других случаях $\sigma > 0$ и не влияет на знак.

Итак, аккуратное определение нормировочных факторов не сводится к вкладу объёмного фактора и ведёт к отличию в знаке для двух знаков энергии для фермионов. Переход к нормированным средним исключает зависимость значений наблюдаемых от знака нормировки спиноров. Это приводит к корректировке теории фермионов, где 4-компоненты токов вероятности и токов взаимодействия положительных зарядов меняют знак при изменении знака энергии также, как в случае бозонов.

3. Время-симметричные эффективные квантовые поля

3.1. О переходе от РКМ к КТП и гипотезах о физических квантовых полях

Прежнее обоснование переходе от РКМ к КТП сводилось к аргументу, что в системе с меняющимся числом частиц нужна теория систем с переменным числом частиц, каковым считалась КТП. Этот аргумент был важен вначале, но развитие показало, что он недостаточен и не точен. Возникший на базе РКМ пропагаторный подход только с частицами и внешними полями обеспечил многочастичность и привёл проще к той же диаграммной технике, которая следовала из КТП, включающей гипотезу физических квантовых полей.

Поэтому возникал вопрос о том, почему для получения тех же матричных элементов, достаточных для описания в РКМ практически всех процессов физики частиц, надо переходить к КТП с её дополнительными квантовыми полями?

В прежней КТП для каждого вида частиц постулировалось существование заполняющего всё пространство *физического квантового поля* [9-11]. Из аналогии с электромагнитным полем и фотонами, и успеха метода вторичного квантования в теории конденсированных состояний, где были описаны фононы и др., КТП для каждой фундаментальной частицы вводила физическое поле. После квантования же поля частица интерпретировалась как возбуждённое состояние этого поля.

Однако, в теории конденсированных состояний было очевидно, что поля эффективные и речь идёт о многочастичных системах из атомов и молекул. В КТП же квантовые поля вводились всерьёз как физические поля с онтологической ролью первичных сущностей, а частицы считались вторичными сущностями.

Поэтому ВС КТП возвращается вопросам, стоявшим изначально в связи с многими гипотетическими физическими полями для множества частиц материи в СМ, для которых не обнаружены связанные с ними внешние поля как источники:

- а) на чём основаны эти гипотезы о полях и что подтверждает их следствия;
- б) что делать со всеми проблемами, вытекающими из этих гипотез;
- в) в чём недостаточность формализма РКМ, обходящегося без таких полей?

В действительности гипотезы о квантовых полях вдобавок к известным внешним полям не имели экспериментальной основы и вели к неразрешимым проблемам. Одной из основных и прямо проверяемых следствий квантовых полей были нулевые флуктуации их вакуумов, которые вели к бесконечной нулевой энергии вакуумов всех таких полей в окрестности каждой точки. Это делало КТП не совместимой с гравитацией, не позволяющей просто сдвинуть уровни энергии.

Для электромагнитного поля предсказание КТП о нулевых флуктуациях вакуума квантового поля было *отвергнуто* экспериментами вскоре после создания ковариантных РКМ и КТП. Этот очевидный факт, однако, трактовался до сих пор обратно, как *подтверждение* наличия нулевых флуктуаций.

Во-первых, измерения лэмбовского сдвига и аномальных магнитных моментов показали наличие лишь вклада петлевых поправок из РКМ, т.е. вклада взаимодействий электронов и фотонов. Вклад нулевых флуктуаций вакуума КТП, который бы удвоил эффект, на экспериментах полностью отсутствовал.

Во-вторых, измерения эффекта Казимира также показали, что есть лишь вклады внешних полей реальных источников, атомов кристалла, и нет вклада нулевых колебаний вакуума квантового поля, который и здесь удвоил бы эффект.

В КТП два механизма, которые должны были дать вклады в каждый из этих эффектов, вклады частиц в петлевых диаграммах и вклады флуктуаций вакуума, считались двумя сторонами одного и того же явления. Но эти утверждения были ошибочными изначально для обоих экспериментов. В первом случае петлевыми вкладами пренебречь нельзя, а во-втором случае надо учесть флуктуирующие

внешние поля, генерируемые атомами в кристаллах. Оказалось, что этих реальных вкладов достаточно для описания всего наблюдаемого эффекта в обоих случаях.

Если к ним добавить вклады гипотетических нулевых флуктуаций вакуума квантового поля, то предсказания КТП для этих эффектов станут бы вдвое больше наблюдаемых на эксперименте. И это в условиях, когда ошибки измерений гораздо меньше величины эффекта. Такое катастрофическое расхождение теории с экспериментом казалось невозможным ввиду впечатляющих успехов КТП.

В действительности все успехи КТП были связаны с теми же методами, которые были уже в РКМ – решениями релятивистских уравнений для волновых функций и диаграммной техникой. Поэтому игнорирование явного расхождения прежней КТП с экспериментом было связано с нежеланием принять тот факт, что гипотезы о физических квантовых полях были отвергнуты экспериментами.

В этой связи вопросы взаимоотношения прежних форм РКМ и КТП имеют лишь историческое значение и держатся в литературе частично благодаря инерции мышления, частично из-за устоявшегося догматизма в отношении исторического наследия. Эта ситуация аналогична истории с эфиром в дорелятивистской физике. Из аналогии с волнами в сплошных средах возникла гипотеза об эфире как о среде для электромагнитных волн. Опыты и теория относительности отвергли её, тем не менее она ещё долго оставалась в научной литературе и в системе образования.

Теперь же выяснилось, что внешнее электромагнитное поле не нуждается не только в эфире, но и в добавке в виде физического квантового поля. В ВС КТП формально добавляется квантовая, операторная часть поля, но как эффективное поле. Будучи операторной амплитудой перехода в пространстве чисел заполнения, оно переводит состояния многочастичной системы. Далее отметим следующее.

Во-первых, квантовомеханический гармонический осциллятор описывается как на языке волновых функций и соответствующих им уровней энергии, так и на языке повышающих-понижающих операторов с теми же уровнями энергии, и оба подхода эквивалентны. Описание *свободных* релятивистских частиц в РКМ и в КТП аналогичны этим подходам к осциллятору и поэтому они тоже эквивалентны.

Во-вторых, есть известное классическое поле, электромагнитное, квантовые свойства которого сводятся к тому, что поле, оставаясь внешним полем, может испускать и поглощать фотоны, кванты этого поля, далее ведущие себя как частицы, т.е. локальные квантовые возмущения этого внешнего поля возникают, двигаются и поглощаются как частицы. Но это не позволяет приписывать полю непрерывные квантовые флуктуации во всём пространстве. Поэтому для внешних полей взаимодействия квантовые свойства уместны лишь локально, в точках испускания и поглощения квантов. Между этими актами мы имеем дело только с частицами и внешним полем, когда РКМ и КТП фактически эквивалентны.

В-третьих, даже описание процессов испускания и поглощения частиц как квантов полей взаимодействий не означает, что РКМ здесь уже неприменима и нельзя обойтись без КТП. Разложение *S*-матрицы в ряд теории возмущений с источниками и внешними полями, которые эти источники порождают, даёт в РКМ те же матричные элементы для процессов, что и КТП с её операторами полей.

По этим причинам при описании как свободных, так и взаимодействующих частиц нет фундаментальных причин для отказа от РКМ и перехода к КТП, так как обе теории, после отбрасывания «лишней» части КТП, гипотезы квантового поля с её физическим вакуумом, в итоге ведут к одним и тем же амплитудам перехода.

Однако совсем другое дело, когда КТП (с её подгоночными процедурами) считается не более правильной теорией, взамен ущербной РКМ, а альтернативным подходом с более эффективным формализмом. На практике переход от РКМ к КТП происходит именно так, поскольку, не считая отличий вначале, результаты РКМ и КТП одинаковы и проблемные части КТП просто игнорируются.

Здесь же вопрос будем ставить по-другому и интересуемся тем, возможно ли сформулировать ВС КТП как последовательную и фундаментальную теорию, подобную ВС РКМ, без тех проблем, которые были в прежней КТП? Для ответа на этот вопрос учтём два ключевых факта.

Во-первых, как неоднократно отмечалось выше, РКМ с внешними полями и частицами позволяет описывать практически все процессы физики частиц [5-7].

Во-вторых, для гипотез о квантовых полях нет оснований, а все сугубо квантовополевые проблемы КТП проистекают именно из них.

Поэтому далее ВС КТП будет строиться без этих гипотез, ограничившись, как и в ВС РКМ, *только внешними полями и частицами*. Как будет показано далее, это становится естественным, как только учтём тот факт, что операторы полей есть на деле прежние амплитуды вероятностей перехода в многочастичной системе. Переход к методам КТП поэтому будет означать не добавление физических квантовых полей, а тем, чем он всегда по существу и был – переходом к теории многочастичных систем с эффективными полевыми функциями и операторами.

3.2. Квантовое поле как эффективное поле для описания многочастичной системы

Как отмечалось выше, теории бозонных полей в прежней КТП были построены по аналогии с цепочкой связанных гармонических осцилляторов. Модели имели внешне ковариантный вид, но гамильтониан был пропорционален квадрату канонического импульса, включал нулевую энергию вакуума и, как квадратичная форма, имел собственные значения только положительного знака [9-11]. Всё это характерно для нерелятивистской системы.

Положительность энергии делало модель несовместимой с интерпретацией ЗШФ, где нет нулевой энергии основного состояния. Введение же отрицательной энергии в модели бозонных полей вело к отрицательной норме таких состояний. Таким образом, модель с античастицами вела к расходящейся нулевой энергии, а в интерпретации ЗШФ нормы становились отрицательными. Это делало теорию бозонных полей прежней КТП несостоятельной с физической точки зрения.

Итак, прежние аналогии с классическими моделями вводили в заблуждение и вели к неразрешимым проблемам. Поэтому далее изучим введение эффективных полевых операторов с учётом специфики релятивистские и квантовой теорий для систем с переменным числом частиц.

Во-первых, релятивистская ковариантность требует одинаковости степеней энергии и импульса частиц. В общем случае это вело к квадратичному уравнению ГЯ для одночастичных волновых функций и полевых операторов. Этого общего уравнения достаточно для бозонов, но для фермионов, где спин смешивает компоненты, требуется линеаризация уравнения ГЯ.

Во-вторых, в методе вторичного квантования полевые операторы меняют число частиц в состояниях и образуются из одночастичных волновых функций и операторов повышающих-понижающих число частиц в системе. Они подобны операторам квантовых полей, но как амплитуды вероятностей удовлетворяют волновым уравнениям.

В-третьих, одним из причин проблем прежней КТП был ввод лагранжианов и гамильтонианов для квантовых полей вдобавок к гамильтонианам частиц.

Учёт этих обстоятельств кардинально меняет физический смысл и саму концепцию КТП, упрощая и снимая искусственно возникшие проблемы. В ВС КТП гамильтонианы систем частиц формируются из гамильтонианов частиц, добавляя лишь части с внешними полями и взаимодействиями самих частиц. В таком подходе квантовое поле есть не новая сущность помимо частиц, как

считалось раньше, а эффективное поле, введённое для удобного описания многочастичной системы.

Если в прежней КТП опыт квантования нескольких полей взаимодействия был распространён на все известные частицы, то ВС КТП основана на обратном подходе: практика описания многочастичных систем частиц, у которых в пространстве заданы только амплитуды вероятностей, распространяется и на кванты полей взаимодействий. Физическими полями же остаются лишь внешние поля, играющие для своих квантов роль источника. В отличие от квантов полей взаимодействия, прочим частицам материи не сопоставляются физические поля как их источники. Поэтому они либо рождаются и исчезают в виде пар частица-античастица, либо их превращения вводятся из моделей физики частиц. Основное состояние многочастичной системы поэтому есть состояние, где нет частиц, в отличие от вакуума квантового поля с расходящейся плотностью энергии.

В результате, ВС КТП не только снимает проблемы физики частиц, но и ставит перед ней задачи создания и проверки моделей взаимных превращений тех частиц, которые пока считаются фундаментальными. Эта ситуация подобна той, когда до выяснения составной природы адронов постулировались «квантовые поля» для каждого адрона, а затем эта практика была заменена на механизмы локальных превращений одних частиц в другие перераспределением кварков.

Пока же начнём со следствий того факта, что в КТП волновые функции $\psi(x)$ становятся формально полевыми операторами, пока не уточняя физический смысл такого изменения и интересуясь лишь его общими следствиями [9-11].

Оператор 4-импульса P_μ является генератором трансляций в пространстве-времени и даёт зависимость операторов от координат: $\psi(x) = e^{iPx} \psi(0) e^{-iPx}$. Производные $i\partial_\mu$ равны при этом коммутаторам P_μ с полевым оператором ψ :

$$i\partial_\mu \psi = [\psi, P_\mu], \quad i\partial_\mu \bar{\psi} = [\bar{\psi}, P_\mu]. \quad (22)$$

Из (22) следует, что собственные значения билинейной формы:

$$i\bar{\psi} \partial_\mu \psi = \bar{\psi} [\psi, P_\mu] = \bar{\psi} \psi P_\mu - P_\mu \bar{\psi} \cdot \psi \quad (23)$$

следует интерпретировать, как и в ВС РКМ (19), как оператор плотности 4-импульса состояния. Отсюда следуют формулы для гамильтониана и 3-импульса:

$$H_0 = \int d^3x \bar{\psi} i\partial_0 \psi, \quad (24)$$

$$\mathbf{P} = -\int d^3x \bar{\psi} i\nabla \psi. \quad (25)$$

Повторно применяя $i\partial_\mu$ к (22) и учитывая сохранение энергии получаем:

$$-\partial_\mu \partial^\mu \psi = [i\partial^\mu \psi, P_\mu] = [[\psi, P^\mu], P_\mu]. \quad (26)$$

При действии на одночастичное состояние Φ_p три из четырёх членов справа (26) дают ноль $P^\mu \psi \Phi_p \sim P^\mu \Phi_0 = 0$, так как оператор поля переводит одночастичное состояние в основное $\psi \Phi_p \sim \Phi_0$. Оставшийся член даёт $\psi P^\mu P_\mu \Phi_p = m^2 \psi \Phi_p$ и из (26) следует уравнение КГ для оператора поля ψ :

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m^2) \psi = 0. \quad (27)$$

Это же уравнение справедливо и для многочастичного состояния, так как оператор $\psi(x_i)$ каждый раз действует на состояние одной из частиц с координатой x_i .

Уравнение КГ (27), как и в ВС РКМ, является дифференциальной формой релятивистского уравнения ГЯ:

$$-\partial_0^2 \psi = H_0^2 \psi, \quad H_0^2 = (\mathbf{P}^2 + m^2). \quad (28)$$

Уравнения (27)-(28), выражая релятивистскую связи энергии и импульса частиц, являются двумя (дифференциальной и гамильтоновой) формами *общего полевого уравнения* для компоненты любого оператора поля для релятивистских частиц.

В случае безмассовых частиц дифференциальная и гамильтонова формы уравнение ГЯ (27)-(28) упрощаются и принимают вид:

$$\partial_\mu \partial^\mu \psi = 0, \quad (29)$$

$$-\partial_0^2 \psi = H_0^2 \psi, \quad H_0^2 = \mathbf{P}^2. \quad (30)$$

В стационарном состоянии Φ_p уравнение на собственные значения:

$$H_{(0)}^2 \psi \Phi_p = E_p^2 \psi \Phi_p, \quad (31)$$

дают $E_p^2 = \mathbf{p}^2 + m^2$, где $\mathbf{p}$ - собственное значение $\mathbf{P}$. Из (24) и (31) следует, что собственные значения $\pm E_p$ гамильтониана H_0 в состояниях двух знаков энергии с полевыми операторами $\psi_\pm$ даются уравнениями:

$$H_0 \psi_\pm \Phi_p = \pm E_p \psi_\pm \Phi_p. \quad (32)$$

Итак, решениями уравнения КГ (27), общего полевого уравнения для физических компонент свободных релятивистских полей, являются комплексные полевые операторы $\psi_\pm(\mathbf{x}, t)$, действующие в двух пространствах состояний с энергиями $p_{0\pm} = \pm E_p$. Эти состояния $\Phi_{\pm p}$ эволюционируют, в зависимости от знака энергии, в двух направлениях оси t и нормированы в своих пространствах.

Уравнения (22)-(32) позволяют определить физический смысл полевого оператора, имеющего две компоненты с разными знаками энергии $\psi(x) = \psi_+(x) + \psi_-(x)$. Рассмотрим импульсное разложение этих компонент с учётом ограничения энергетической поверхностью:

$$\psi_+(x) = \int d^4 p e^{-ipx} \theta(p^0) \delta(p^2 - m^2) \psi_+(p), \quad (33)$$

$$\psi_-(x) = \int d^4 p e^{-ipx} \theta(-p^0) \delta(p^2 - m^2) \psi_-(p). \quad (34)$$

Подстановка этого в (22) даёт:

$$[\psi_+(x), P^\mu] = \int d^4 p e^{-ipx} p^\mu \theta(p^0) \delta(p^2 - m^2) \psi_+(p), \quad (35)$$

$$[\psi_-(x), P^\mu] = -\int d^4 p e^{-ipx} p^\mu \theta(-p^0) \delta(p^2 - m^2) \psi_-(p), \quad (36)$$

откуда следует:

$$[\psi_+(p), P^\mu] = p^\mu \psi_+(p), \quad (37)$$

$$[\psi_-(p), P^\mu] = -p^\mu \psi_-(p). \quad (38)$$

Учитывая:

$$P^\mu \Phi_{\pm p} = p'^\mu \Phi_{\pm p}, \quad (39)$$

умножаем (37)-(38) справа на $\Phi_{\pm p}$, и получаем:

$$P^\mu \psi_\pm(p) \Phi_{\pm p} = (p'^\mu \mp p^\mu) \psi_\pm(p) \Phi_{\pm p}, \quad (40)$$

$$P^\mu \psi_\pm^+(p) \Phi_{\pm p} = (p'^\mu \pm p^\mu) \psi_\pm^+(p) \Phi_{\pm p}. \quad (41)$$

Отсюда следует, что $\psi_\pm(p) \Phi_{\pm p}$ есть амплитуда состояния с энергией-импульсом $p' \mp p$, а $\psi_\pm^+(p) \Phi_{\pm p}$ - состояния с энергией-импульсом $p' \pm p$. Учитывая соотношение $p^2 = m^2$, заключаем, что оператор $\psi_\pm^+(p)$ добавляет частицу массы m и 4-импульса $\pm p$, а оператор $\psi_\pm(p)$ - убавляет такую частицу.

Итак, физический смысл эффективных полевых операторов $\psi_\pm(x)$ и $\psi_\pm^+(x)$ состоит в том, что это операторные амплитуды перехода многочастичной системы в состояния, отличающиеся на одну частицу.

Поэтому полевые операторы, разложенные по свободным волновым функциям, ведут к эквидистантному спектру состояний свободных частиц. Многочастичные же состояния невзаимодействующих частиц образуются как произведения одночастичных состояний и процедуры их образования, описанные для прежней КТП, применимы и в ВС КТП с соответствующей заменой состояний античастиц на состояния отрицательной энергии.

3.3. Время-симметричное квантование бозонных полей

Операторы поля для состояний определённого знака энергии являются комплексными, поскольку представляют собой волновые функции, умноженные на операторы увеличивающие или уменьшающие число частиц в системе. Даже объединение компонент поля двух знаков энергии не ведёт к вещественному оператору поля, так как взаимно эрмитово-сопряжёнными являются лишь операторы с одинаковым знаком энергии. Поэтому в ВС КТП все полевые операторы комплексные, независимо от наличия или отсутствия спина и заряда.

В бесспиновом случае эффективный оператор поля имеет одну компоненту для каждого знака энергии. Физических компонент для векторного поля три, также для каждого знака энергии. Для частиц безмассового калибровочного поля (фотонного и глюонных полей) и поля гравитонов соответствуют две поперечные компоненты, образующие один комплексный оператор поля (см. раздел 3.5).

Для получения решений для физических компонент свободных бозонных полевых операторов, необходимых для СМ, достаточно общего уравнения КГ (27) и общей формулы для гамильтониана (24). Учёт поляризаций и выделение поперечных компонент в разных системах отсчёта для векторных и тензорных полей являются техническими задачами, решаемые введением соответствующих проекторов. Но это усложнение практически не влияет на процедуру квантования выделенных таким образом физических компонент. Поэтому достаточно описать квантование эффективных полей, введённых для бесспиновых частиц.

Разложения комплексного полевого оператора по решениям общего уравнения поля, т.е. уравнения КГ (27), для двух знаков энергии имеют вид:

$$\phi(x) = \phi_-(x) + \phi_+(x) = \int d\tilde{p} (a_p e^{-ipx} + a_{-p} e^{ipx}), \quad (42)$$

$$\phi^+(x) = \phi_+^+(x) + \phi_-^+(x) = \int d\tilde{p} (a_{+p}^+ e^{ipx} + a_{-p}^+ e^{-ipx}), \quad (43)$$

где $d\tilde{p} = d^3\mathbf{p} / (2\pi)^3 2E_p$, и $a_{\pm p}^+$, $a_{\pm p}$ - операторы рождения-уничтожения.

В (42)-(43) явно видно, что полевые операторы ϕ и ϕ^+ , разложенные по одночастичным волновым функциям, имеют тот же смысл амплитуд вероятности, как и волновые функции, но будучи умноженными на операторы, повышающие или понижающие число частиц в системе, становятся операторами выражающими вероятности перехода в пространстве чисел заполнения. Поэтому, как и волновые функции в квантовой механике, образуют каноническую пару с коммутаторами:

$$[\phi(\mathbf{x}, t), \phi^+(\mathbf{x}', t)] = \delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{x}'), \quad (44)$$

$$[\phi(\mathbf{x}, t), \phi(\mathbf{x}', t)] = [\phi^+(\mathbf{x}, t), \phi^+(\mathbf{x}', t)] = 0. \quad (45)$$

Эти коммутаторы подобны фермионным антикоммутаторам тем, что в них тоже нет производных по времени. Из (42)-(45) получаем коммутаторы операторов рождения-уничтожения квантов двух знаков энергии:

$$[a_{\pm p}, a_{\pm p}^+] = 2E_p^2 (2\pi)^3 \delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}'), \quad (46)$$

$$[a_{\pm p}, a_{\pm p'}] = [a_{\pm p}^+, a_{\pm p'}^+] = 0. \quad (47)$$

Здесь важны два отличия от стандартной КТП: коммутаторы положительно-определённые для обеих знаков энергии и энергия состояния входит в них квадратично E_p^2 . Квадратичная зависимость от энергии в (46) также подобна случаю фермионов, где две степени энергии разделены между антикоммутатором операторов рождения-уничтожения и билинейной формой биспиноров.

Операторы уничтожения задают основные состояния двух знаков энергии:

$$a_{+p}|0\rangle = 0, \quad a_{-p}|0\rangle = 0, \quad (48)$$

а операторы рождения определяют соответствующие одночастичные состояния:

$$a_{+p}^+|0_+\rangle = |p\rangle, \quad a_{-p}^+|0_-\rangle = |-p\rangle. \quad (49)$$

Гамильтониан поля (24) и импульс (25) в терминах $a_{\pm p}^+$ и $a_{\pm p}$ имеют вид:

$$H = \int d\tilde{p} (a_{+p}^+ a_{+p} - a_{-p}^+ a_{-p}), \quad (50)$$

$$\mathbf{P} = \int d\tilde{p} \frac{\mathbf{P}}{E_p} (a_{+p}^+ a_{+p} - a_{-p}^+ a_{-p}). \quad (51)$$

Как видно из (50), энергия основного состояния равна нулю, т.е. в ВС КТП нет нулевой энергии основного состояния. Оператор числа частиц $N = \phi^+ \phi$ равен:

$$N = \int \frac{d\tilde{p}}{E_p} (a_{+p}^+ a_{+p} + a_{-p}^+ a_{-p}). \quad (52)$$

Итак, в теории бозонов, как в ВС РКМ, нормы состояний положительны, поток вероятности образуется из 4-импульса состояния и в основном состоянии нет нулевой энергии.

3.4. Время-симметричное квантование фермионного поля спина $\frac{1}{2}$

Специфика релятивистской теории - квадратичность гамильтониана при квадратичном импульсе, - была корректно учтена в РКМ только для фермионов спина $\frac{1}{2}$. Матричный гамильтониан, получаемый линеаризацией квадратичного релятивистского выражения (28), выберем в минимальном виде:

$$H_0 = \psi^+ (-i\boldsymbol{\alpha} \cdot \nabla + \beta m) \psi. \quad (53)$$

Здесь уравнения поля - это уравнение Дирака, *специальное полевое уравнение*, определяющее смешивание компонент поля из-за спина:

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0. \quad (54)$$

Гамильтониан (53), с учётом (54), принимает вид:

$$H_0 = \psi^\dagger i\partial_0 \psi. \quad (55)$$

Импульсное разложение операторов поля имеет вид:

$$\psi(x) = 2m \sum_{\alpha=1}^2 \int d\tilde{p} (b_{p\alpha} u_p^\alpha e^{-ipx} + b_{-p\alpha} v_p^\alpha e^{ipx}), \quad (56)$$

$$\psi^\dagger(x) = 2m \sum_{\alpha=1}^2 \int d\tilde{p} (b_{p\alpha}^+ u_p^{\alpha+} e^{-ipx} + b_{-p\alpha}^+ v_p^{\alpha+} e^{ipx}). \quad (57)$$

Поскольку волновые функции фермионов антисимметричны, полевые операторы должны менять знак при перестановке. Поэтому при перестановке операторных амплитуд перехода в коммутаторах их произведение меняет знак и коммутаторы переходят в антикоммутаторы, ненулевые из которых имеют вид:

$$\{\psi^\alpha(\mathbf{x}, t), \psi^{\alpha'}(\mathbf{x}', t)\} = \delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \delta^{\alpha\alpha'} I. \quad (58)$$

Подстановка (56)-(57) в (58), с учётом нормировки спиноров:

$$\bar{u}_p^\alpha u_p^{\alpha'} = \delta^{\alpha\alpha'}, \quad \bar{v}_p^\alpha v_p^{\alpha'} = -\delta^{\alpha\alpha'}, \quad \bar{u}_p^\alpha v_p^{\alpha'} = 0, \quad u_p^{\alpha+} u_p^{\alpha'} = v_p^{\alpha+} v_p^{\alpha'} = \frac{E_p}{m} \delta^{\alpha\alpha'}. \quad (59)$$

даёт выражение для антикоммутаторов:

$$\{b_{\pm p\alpha}, b_{\pm p'\alpha'}^+\} = (E_p / m)(2\pi)^3 \delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}') \delta_{\alpha\alpha'}. \quad (60)$$

Операторы уничтожения определяют основные состояния для обеих типов частиц:

$$b_{p\alpha} |0_+\rangle = 0, \quad b_{-p\alpha} |0_-\rangle = 0, \quad (61)$$

а операторы рождения определяют соответствующие одночастичные состояния:

$$b_{p\alpha}^+ |0_+\rangle = |p\rangle, \quad b_{-p\alpha}^+ |0_-\rangle = |-p\rangle. \quad (62)$$

Выражение для гамильтониана (55) и числа частиц в терминах операторов рождения уничтожения принимают вид:

$$H_0 = 2m \sum_{\alpha} \int d\tilde{p} E_p (b_{p\alpha}^+ b_{p\alpha} - b_{-p\alpha}^+ b_{-p\alpha}), \quad (63)$$

$$N = 2m \sum_{\alpha} \int d\tilde{p} (b_{p\alpha}^+ b_{p\alpha} + b_{-p\alpha}^+ b_{-p\alpha}). \quad (64)$$

Таким образом, и для фермионов в основном состоянии нет нулевой энергии.

3.5. Безмассовые бозонные поля СМ и гравитоны

Рассмотрим физические аспекты описания безмассовых квантов, которые испускаются или поглощаются внешними калибровочными полями и внешним гравитационным полем. Эффективные операторы полей и здесь есть операторные амплитуды перехода, что определяет вид их коммутаторов.

Для наших целей достаточно иметь дело с физическими компонентами этих полевых операторов в системе покоя источника, а затем результаты можно будет преобразовать в другие системы отсчёта.

Рассмотрим кванты поперечных волн электромагнитного поля с круговой поляризацией, которые движутся как фотоны, безмассовые частицы спина 1. При

условии $\partial_\mu A^\mu = 0$, в системе покоя источника $\mathbf{k} = (0, 0, k^3)$ и калибровке $A_3 = A_0 = 0$ поперечные компоненты $A = (A_1 + iA_2)/\sqrt{2}$, $A^+ = (A_1 - iA_2)/\sqrt{2}$ аналогичны оператору комплексного бесспинового поля с киральным зарядом, роль которого играет спиральность Λ .

В ВС КТП эти два состояния с противоположными спиральностями, выступающие как пара частица-античастица, описываются как состояния двух знаков энергии $A_\pm$. Свободный гамильтониан и оператор числа квантов поэтому даются выражениями, аналогичными для бесспинового поля:

$$H_0 = \int d^3x A^+ i \partial_t A, \quad (65)$$

$$N = \int d^3x A^+ A. \quad (66)$$

Импульсное разложение соответствующего решения уравнения поля аналогично (56)-(57) с операторами рождения-уничтожения $a_{\pm k}^+, a_{\pm k}$ для состояний с одинаковой спиральностью $\Lambda_\pm = +1$, но с разными знаками энергии.

При произвольной ориентации осей координат появится проекционный оператор, выделяющий поперечные компоненты. Вероятности состояний остаются положительно-определёнными аналогично случаю бесспинового поля. Операторы наблюдаемых также аналогичны (63)-(64), откуда видно, что основные состояния не содержат нулевой энергии.

В случае квантов волн с круговой поляризацией безмассового неабелевого векторного калибровочного поля A_μ^a (спин 1) и квантов поперечных гравитационных волн (спин 2) также имеются две физические степени свободы и аксиальная симметрия. Поэтому их квантовая теория подобна случаю фотонов и в основном состоянии нет нулевой энергии. Дальнейший учёт нелинейности, т.е. взаимодействий компонент поля, и внутренних симметрий не меняет вывода об отсутствии нулевой энергии в свободном гамильтониане.

Вывод о том, что для безмассовых калибровочных полей и гравитационного поля в одной системе отсчёта и в поперечной калибровке нулевой энергии нет, остаётся в силе для всех систем отсчёта и калибровок из-за инвариантности основного состояния.

Полевые операторы двух поперечных компонент калибровочного поля $W^\pm$ являются взаимно зарядово-сопряжёнными и до придания им массы фоновым скалярным полем их кванты ведут себя как частица-античастица. В случае же с компонентами нейтрального калибровочного поля Z_L, Z_R и двух нейтральных скалярных полей эти кванты, до придания им массы членами взаимодействия, также были взаимно зарядово-сопряжёнными. В свободных гамильтонианах $W^\pm$ и Z_L, Z_R не было нулевой энергии, а включение взаимодействий со скалярным полем (для придания эффективной массы) не порождает нулевую энергию основного состояния свободного поля.

С более общей точки зрения в ВС КТП нет частицы у которой не было бы античастицы, так как релятивистское поле описывается комплексным полем из-за наличия двух знаков энергии. Одинаковость ныне известных квантовых чисел частицы и её античастицы приводит лишь к их практической неразличимости, но это не означает их полную тождественность. Как правило, имеется хотя бы очень слабое взаимодействие, которое приводит к их различимости.

4. Коммутаторы, время-симметричное хронологическое упорядочение и причинные пропагаторы

4.1. Коммутаторы полей и микропричинность

Коммутаторы операторов бесспинового поля в общем случае равны:

$$\begin{aligned} [\phi(\mathbf{x}', t'), \phi^+(\mathbf{x}, t)] &= \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3 2} e^{i\mathbf{k}(\mathbf{x}' - \mathbf{x})} (e^{-iE_k(t' - t)} + e^{iE_k(t' - t)}) = \\ &= -i\partial_t \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3 2E_k} e^{i\mathbf{k}(\mathbf{x}' - \mathbf{x})} (e^{-iE_k(t' - t)} - e^{iE_k(t' - t)}) = \partial_t D(\mathbf{x}' - \mathbf{x}), \end{aligned} \quad (67)$$

где $D = D^+ + D^-$ - функция Паули-Йордана, исчезающая за световым конусом:

$$D(x) = -i \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3 2E_k} (e^{-ikx} - e^{ikx}) = -i \int \frac{d^3\mathbf{k} e^{ikx}}{(2\pi)^3 2E_k} (e^{-iE_k t} - e^{iE_k t}). \quad (68)$$

Это согласуется с одновременными коммутаторами (44).

Билинейная форма полевых операторов пропорциональна плотности вероятности, преобразующейся как временная компонента вектора, и равенство коммутаторной функции в (67) производной по времени от инвариантной функции $D(x)$ явно это показывает. Введя нормаль $n^\mu = (1, 0, 0, 0)$ к гиперповерхности одновременности $t = \text{const}$, где заданы вероятности, получаем:

$$[\phi(x'), \phi^+(x)] = \partial_t D(x' - x) = n^\mu \partial_\mu D(x' - x). \quad (69)$$

Для фермионного поля коммутатор канонической пары превращается в антикоммутатор и результат имеет стандартный вид:

$$\{\psi(x'), \bar{\psi}(x)\} = -(i\gamma^\mu \partial_\mu + m) iD(x' - x). \quad (70)$$

Это также согласуется с одновременными антикоммутаторами (58).

Итак, в отличие от прежней КТП, где имело место кардинальное различие между бозонными и фермионными (анти)коммутаторами, в ВС КТП они подобны и в обоих случаях выражаются через производные функции $D(x)$. Поэтому (анти)коммутаторы полевых операторов тоже исчезают за световым конусом.

Этот факт ранее считалось выражением свойства микропричинности, релятивистского ограничения о том, что пространственно-подобные события не могут быть причинно-связанными [9-11]. В действительности микропричинность в такой строгой форме свойственно классической (не квантовой) физике, а в квантовой теории является ограничением лишь для одночастичной теории.

В релятивистской квантовой теории в общем случае причинная связь двух событий более уместно связывать с причинными пропагаторами, которые будут рассмотрены ниже в разделе 4.3. Они выражаются через причинную функцию $D_c(x' - x)$, которая не исчезает за световым конусом, но быстро спадают за пределами комптоновской длины частиц. Такая корреляция не нарушает релятивистскую причинность, поскольку связана с многочастичным характером процессов, когда рождение пар частица-античастица эффективно даёт формально нелокальную корреляцию.

4.2. Время-симметричное хронологическое упорядочение

Оператор хронологического упорядочения T_+ прежней формулировки КТП действует только на операторы состояний положительной энергии, располагая их в порядке *увеличения* времени справа налево:

$$T_+[A_+(t')B_+(t)] = \begin{cases} A_+(t')B_+(t), & t' > t, \\ B_+(t)A_+(t'), & t' < t. \end{cases} \quad (71)$$

В ВС КТП вводится также и обратный к T_+ оператор антихронологического упорядочения T_- , действующий только на операторы состояний отрицательной энергии, упорядочивая их в порядке *уменьшения* времени справа налево:

$$T_-[A_-(t')B_-(t)] = \begin{cases} B_-(t)A_-(t'), & t' > t, \\ A_-(t')B_-(t), & t' < t. \end{cases} \quad (72)$$

В общем случае в ВС КТП вводится оператор время-симметричного упорядочивания $\hat{T}$, являющийся произведением предыдущих двух операторов $\hat{T} = T_+T_- = T_-T_+$. Для каждого класса операторных амплитуд перехода он сводится к их операторам временного упорядочения: $\hat{T}A_+ = T_+A_+$, $\hat{T}A_- = T_-A_-$, действуя на операторы обоих знаков энергии избирательно и упорядочивая их во взаимно обратном порядке. В частности, при $t' > t$ получаем:

$$\hat{T}[A_+(t')B_+(t)A_-(t')B_-(t)] = [A_+(t')B_+(t)][B_-(t)A_-(t')]. \quad (73)$$

4.3. Причинные пропагаторы полей

Во второй статье [8] были определены время-симметричные пропагаторы как функции Грина для стандартных волновых уравнений с источником $j(x)$ при граничных условиях ЗШФ. Они совпадают с причинными пропагаторами, используемыми в ковариантной диаграммной технике пропагаторного подхода.

В ВС КТП причинные пропагаторы для бозонов $G_c(x-x')$ и фермионов $S_c(x-x')$ следуют из время-симметричных хронологических произведений операторных амплитуд перехода.

Причинные пропагаторы для комплексного скалярного поля $G_{c\pm}$ следуют из произведений операторных амплитуд перехода упорядоченных в двух направлениях времени:

$$iD_{c\pm}(x'-x) = \langle 0 | T_{\pm}[\phi_{\pm}(x')\phi_{\pm}^{\dagger}(x)] | 0 \rangle. \quad (74)$$

Подстановка частотных разложений даёт:

$$\begin{aligned} iD_{c+}(x'-x) &= \langle 0 | T_+[\phi_+(x')\phi_+^{\dagger}(x)] | 0 \rangle = \\ &= \langle 0 | \phi_+(x')\phi_+^{\dagger}(x) | 0 \rangle \theta(t'-t) + \langle 0 | \phi_+^{\dagger}(x)\phi_+(x') | 0 \rangle \theta(t-t') = \\ &= \int d\tilde{k} d\tilde{k}' [\langle 0 | a_k a_k^{\dagger} | 0 \rangle \theta(t'-t) + \langle 0 | a_k^{\dagger} a_k | 0 \rangle \theta(t-t')] e^{-i(k'x' - kx)} = \\ &= \int d\tilde{k} \theta(t'-t) e^{-ik(x'-x)}. \end{aligned} \quad (75)$$

Здесь матричный элемент $\langle 0 | \phi_+^+(x) \phi_+(x') | 0 \rangle$ исчезает и остаётся только вклад $\langle 0 | \phi_+(x') \phi_+^+(x) | 0 \rangle$. При отрицательной энергии аналогично:

$$\begin{aligned} iD_{c-}(x'-x) &= \langle 0 | T_- [\phi_-(x') \phi_-^+(x)] | 0 \rangle = \\ &= \langle 0 | \phi_-^+(x) \phi_-(x') | 0 \rangle \theta(t'-t) + \langle 0 | \phi_-(x') \phi_-^+(x) | 0 \rangle \theta(t-t') = \\ &= \int d\tilde{k} d\tilde{k}' [\langle 0 | a_{-k}^+ a_{-k'} | 0 \rangle \theta(t'-t) + \langle 0 | a_{-k} a_{-k'}^+ | 0 \rangle \theta(t-t')] e^{i(k'x' - kx)} = \\ &= - \int d\tilde{k} \theta(t-t') e^{ik(x'-x)}. \end{aligned} \quad (76)$$

Полный причинный пропагатор поэтому принимает стандартный вид:

$$\begin{aligned} iD_c(x'-x) &= \langle 0 | \hat{T} \phi(x') \phi^+(x) | 0 \rangle \\ &= \langle 0 | T_+ [\phi_+(x') \phi_+^+(x)] + T_- [\phi_-(x') \phi_-^+(x)] | 0 \rangle = \\ &= \langle 0 | \phi_+(x') \phi_+^+(x) | 0 \rangle \theta(t'-t) + \langle 0 | \phi_-(x') \phi_-^+(x) | 0 \rangle \theta(t-t') = \\ &= \int d\tilde{k} [\theta(t'-t) e^{-ik(x'-x)} + \theta(t-t') e^{ik(x'-x)}]. \end{aligned} \quad (77)$$

Стандартный результат (77) ведёт и к стандартному импульсному представлению:

$$iD_c(x'-x) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4k \frac{e^{-ik(x'-x)}}{k^2 - m^2 + i\varepsilon}. \quad (78)$$

Причинные пропагаторы для фермионов $S_{c\pm}(x)$ также следуют из произведений операторных амплитуд перехода упорядоченных в двух направлениях времени:

$$\begin{aligned} iS_c(x'-x) &= \langle 0 | T_+ [\psi_+(x') \bar{\psi}_+(x)] | 0 \rangle + \langle 0 | T_- [\psi_-(x') \bar{\psi}_-(x)] | 0 \rangle = \\ &= \langle 0 | \psi_+(x') \bar{\psi}_+(x) | 0 \rangle \theta(t'-t) + \langle 0 | \psi_-(x') \bar{\psi}_-(x) | 0 \rangle \theta(t-t') = \\ &= (2m)^2 \sum_{\alpha'\alpha} \int d\tilde{p} d\tilde{p}' [\theta(t'-t) \langle 0 | b_{p'\alpha} b_{p\alpha}^+ | 0 \rangle u_{p'}^{\alpha'} \bar{u}_p^\alpha e^{-i(p'x' - px)} + \\ &+ \theta(t-t') \langle 0 | b_{-p'\alpha'} b_{-p\alpha}^+ | 0 \rangle v_{p'}^{\alpha'} \bar{v}_p^\alpha e^{i(p'x' - px)}], \end{aligned} \quad (79)$$

и в итоге:

$$\begin{aligned} iS_c(x'-x) &= \int d\tilde{p} \sum_p e^{ip(x'-x)} \times \\ &\times \left[\theta(t'-t) (\gamma p + m) e^{-i\omega_p(t'-t)} + \theta(t-t') (-\gamma p + m) e^{i\omega_p(t'-t)} \right] = \\ &= -(i\gamma \partial + m) D_c(x'-x). \end{aligned} \quad (80)$$

Итак, упорядочение операторных амплитуд перехода время-симметричным оператором $\hat{T}$ ведёт к стандартным причинным пропагаторам.

5. Время симметричная теория взаимодействующих полей

5.1. Взаимодействующие частицы и поля

Переход от свободных частиц к взаимодействующим в ВС КТП не меняет физического смысла эффективных полевых операторов. Они остаются операторными амплитудами перехода между состояниями многочастичной системы, отличающимися числом и квантовыми числами частиц. Взаимодействие изменяет лишь их эволюцию и связывает различные многочастичные состояния.

Полный гамильтониан системы представим в виде $H = H_0 + H_I$, где H_0 является гамильтонианом свободных частиц, а H_I описывает взаимодействия. Если присутствует внешнее физическое поле, то его энергия и взаимодействие с частицами также включаются в полный гамильтониан системы.

В отличие от прежней КТП, здесь не вводится дополнительный физический гамильтониан неких квантовых полей, заполняющих всё пространство. Операторы полей $\psi(x)$, $\phi(x)$ и т.д. являются эффективными операторными амплитудами перехода, поэтому гамильтониан взаимодействия строится из известных внешних полей и операторов перехода между состояниями многочастичной системы.

Релятивистская форма взаимодействия должна быть согласована с общим уравнением ГЯ. При минимальном взаимодействии с калибровочным полем удлинение производных и связь энергии и импульса принимают вид

$$P_\mu \rightarrow \Pi_\mu = P_\mu - qA_\mu, \quad \Pi_\mu \Pi^\mu = m^2, \quad (81)$$

или

$$(H - qA_0)^2 = m^2 + (\mathbf{P} - q\mathbf{A})^2, \quad (82)$$

В гамильтоновой форме оно имеет две энергетические ветви

$$H_\pm = qA_0 \pm \sqrt{m^2 + (\mathbf{P} - q\mathbf{A})^2}. \quad (83)$$

Знак перед корнем соответствует двум знакам энергии для двух направлений эволюции по оси времени.

Гамильтониан взаимодействия определяется разностью $H_I = H - H_0$. Для бозонов разложение в ряд корня в (83) по $q\mathbf{A}$ ведёт к ряду:

$$\begin{aligned} H_I &= qA_0 + qV_1[\mathbf{A}] + q^2V_2[\mathbf{A}^2] + q^3V_3[\mathbf{A}^3] + \dots = \\ &= qA_0 + \sum_{n \geq 1} q^n V_n[\mathbf{A}^n]. \end{aligned} \quad (84)$$

Поэтому релятивистский гамильтониан взаимодействия содержит одно-, двух- и много-квантовые контактные вершины. Здесь нет оснований искусственно оставлять только низшие степени поля, как это делалось в прежней КТП. Число существенных членов ряда в (84) определяется лишь требуемым порядком по константе взаимодействия, законами сохранения и кинематикой процесса. В частности, при взаимодействии с бесспиновой частицей в состоянии s-волны остаются чётные степени, а в состоянии p-волны могут быть и нечётные степени.

Итак, в ВС КТП многочастичные контактные вершины для бозонов прямо следуют из разложения релятивистского гамильтониана и их оказывается много.

Для фермионов линеаризация релятивистского уравнения ГЯ ведёт к матричному гамильтониану Дирака:

$$H_D = \boldsymbol{\alpha} \cdot (\mathbf{P} - q\mathbf{A}) + \beta m + qA_0, \quad (85)$$

откуда следуют линейные фермионные вершины. При возведении в квадрат оператора первого порядка возникает спинное взаимодействие с $\sigma^{\mu\nu} F_{\mu\nu}$.

Таким образом, различия взаимодействий бозонов и фермионов следуют из различной реализации одного и того же релятивистского массового условия.

5.2. Время-симметричные S-матрица и теория возмущений

Для получения амплитуд перехода будем использовать представление взаимодействия. В нём зависимость операторных амплитуд от времени определяет свободный гамильтониан H_0 , а эволюцию состояния системы - гамильтониан взаимодействия H_I . Если $|\Phi(t)\rangle_I$ - состояние в этом представлении, то имеем:

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\Phi(t)\rangle_I = H_I(t) |\Phi(t)\rangle_I. \quad (86)$$

Для состояний положительной энергии эволюция идёт вперёд относительно обычного времени t , а для состояний отрицательной энергии - в обратном направлении. Поэтому обычный оператор хронологического упорядочения T_+ дополняется введённым в разделе 4 оператором антихронологического упорядочения T_- . Вместе они образуют оператор время-симметричного упорядочения $\hat{T} = T_+ T_-$, действующий на операторные амплитуды каждого энергетического сектора избирательно. Обычный оператор T_+ располагает операторы положительной энергии в порядке возрастания времени справа налево, тогда как T_- располагает операторы отрицательной энергии в обратном порядке.

Оператор эволюции поэтому записывается в виде

$$U(t_2, t_1) = \hat{T} \exp \left[-i \int_{t_1}^{t_2} dt H_I(t) \right]. \quad (87)$$

При переходе к свободным состояниям в асимптоте оператор эволюции даёт S - матрицу $S = U(+\infty, -\infty)$, или в локальном представлении

$$S = \hat{T} \exp \left[-i \int d^4x H_I(x) \right] \quad (88)$$

и амплитуда процесса $i \rightarrow f$ равна $S_{fi} = \langle f | S | i \rangle$. Разложение (88) даёт время-симметричный ряд теории возмущений:

$$S = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-i)^n}{n!} \int d^4x_1 \cdots d^4x_n \hat{T} [H_I(x_1) \cdots H_I(x_n)]. \quad (89)$$

В каждом порядке возникают матричные элементы между физическими начальными и конечными состояниями многочастичной системы. Нормы этих состояний положительны независимо от знака энергии исходных состояний. Состояния отрицательной энергии эволюционируют назад во времени и после интерпретации ЗШФ описываются как соответствующие античастицы положительной энергии, идущие вперёд во времени.

Как показано в разделе 4, время-симметричное упорядочение приводит для скалярных частиц к причинным пропагаторам $D_c(p)$ и $S_c(p)$, которые описывают обе энергетические ветви.

При представлении результатов через обычную координату времени обе противоположно направленные эволюции объединяются в стандартную

ковариантную форму. Этим объясняется, почему диаграммная техника ВС КТП в наиболее компактной записи во многих случаях имеет тот же внешний вид, что и прежняя ковариантная диаграммная техника.

Однако совпадение формы конечных выражений не означает совпадения их физической интерпретации. В ВС КТП нет физического вакуума квантовых полей, непрерывно флуктуирующего в каждой точке пространства. Основное состояние многочастичной системы означает отсутствие частиц, а виртуальные процессы появляются только как промежуточные состояния при взаимодействиях частиц.

Эрмитовость полного гамильтониана $H^\dagger = H$ обеспечивает унитарность оператора эволюции $S^\dagger S = 1$. Отсюда следуют обычные соотношения унитарности и оптическая теорема. Промежуточные состояния, возникающие при разрезании диаграмм, являются состояниями физически возможных частиц с положительными нормами, а знак энергии определяет направление их эволюции.

Таким образом, теория возмущений ВС КТП сохраняет основные технические преимущества ковариантной КТП, но её исходными объектами являются многочастичные состояния и операторные амплитуды перехода, а не физический вакуум квантовых полей.

5.3. Диаграммная техника

Разложение время-упорядоченных произведений в (89) на нормально упорядоченные произведения и далее в пропагаторы приводит к диаграммной технике. Внутренним линиям соответствуют причинные пропагаторы частиц, внешние линии описывают реальные начальные и конечные состояния, а вершины - переходы между многочастичными состояниями, задаваемые членами H_I .

В вершинах вследствие трансляционной симметрии сохраняется полный 4-импульс. Для внутренних линий 4-импульс в общем случае не удовлетворяет условию массовой поверхности и по нему производится интегрирование. Такие линии описывают виртуальные промежуточные состояния.

Для бозонов особенностью гамильтоновой ГЯ-формы является появление новых контактных взаимодействий. Разложение (84) показывает, что наряду с обычными процессами, построенными из вершин V_1 , на том же порядке по заряду могут возникать контактные вершины V_2 , а также $V_3, V_4, \dots$

Поэтому полный матричный элемент данного порядка должен содержать все диаграммы, следующие из соответствующих членов одного и того же гамильтониана, включая контактные вклады, следующий из квадратичного по калибровочному полю члена гамильтониана. Именно сумма обменных и контактных диаграмм образует физическую амплитуду и должна удовлетворять калибровочным тождествам. Поэтому контактные вершины не просто добавки для восстановления калибровочной инвариантности - в ГЯ-подходе они возникают из того же релятивистского гамильтониана, что и линейные вершины. Это важно для взаимодействия фотонов с заряженными бозонами и для массивных векторных бозонов. При росте числа внешних калибровочных квантов точное выражение (83) порождает вершины всё более высоких порядков. Их роль определяется порядком по константе связи и кинематическим режимом процесса.

Для фермионного поля ситуация другая. Линеаризованный гамильтониан Дирака содержит взаимодействие линейно и поэтому многофотонные процессы в низших порядках строятся преимущественно последовательным соединением таких вершин внутренними фермионными пропагаторами. Различие бозонного и фермионного случаев следует из различия их релятивистских гамильтонианов.

Замкнутые внутренние линии образуют петлевые диаграммы. Для петли с внутренним 4-импульсом k возникает интеграл вида

$$\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} N(k, p_i) \prod_j D_j(k, p_i), \quad (90)$$

где N определяют вершины и числители пропагаторов, а D_j - знаменатели внутренних линий. Физический смысл таких диаграмм в ВС КТП отличается от картины «вакуумных флуктуаций». Связная петлевая диаграмма является частью амплитуды конкретного процесса и описывает виртуальную последовательность промежуточных многочастичных состояний между вершинами взаимодействия.

Несвязанные вакуумные диаграммы не соответствуют переходам между физическими начальными и конечными состояниями. Нормированные матричные элементы их не содержат и соответственно они не дают вклада в наблюдаемые амплитуды. Тем самым, диаграммная техника для взаимодействующих частиц находится в согласии с отсутствием нулевой энергии основного состояния для систем свободных частиц.

При этом петлевые поправки к физическим процессам сохраняются. Физические вакуумные флуктуации являлись следствиями гипотезы о физическом квантовом поле в вакууме, тогда как виртуальные промежуточные состояния непосредственно следуют из квантовых флуктуаций частиц, рассчитываемых по теории возмущений для взаимодействующей многочастичной системы.

Время-симметричная структура проявляется и внутри петли. Интегрирование по k^0 причинного пропагатора включает его полюса обоих знаков энергии. Эти вклады соответствуют двум направлениям эволюции промежуточных состояний, объединенных в одном ковариантном выражении.

На древесном уровне эта диаграммная техника приводит к обычным правилам построения амплитуд: внешним состояниям соответствуют волновые функции или поляризационные векторы, внутренним линиям — причинные пропагаторы, вершинам — матричные элементы соответствующих членов H_I , а в каждой вершине сохраняются энергия, импульс и внутренние квантовые числа. На петлевом уровне эти же правила приводят к интегрированию по независимым внутренним 4-импульсам.

ГЯ подход ведёт к появлению контактных взаимодействий с числом полей, растущих с каждым порядком теории возмущений. В петлевых диаграммах это ведёт к более быстрому росту числа пропагаторов по сравнению с числом вершин. Поэтому такие диаграммы сами по себе являются ультрафиолетово-конечными. Наблюдаемые эффекты этих членов взаимодействия рассмотрены в книге [13].

При достаточно больших виртуальных энергиях, однако, возникает новое обстоятельство, которое не учитывалось в прежней КТП: большая физическая энергия промежуточного состояния, входящая в интеграл по энергии, является источником внешнего гравитационного поля, которое следует учитывать.

Это означает, что прежняя ковариантная диаграммная техника фактически была справедлива без изменений только до тех масштабов, где гравитационным полем промежуточного состояния можно было пренебречь. Это области энергий достаточно меньшие планковской энергии. При приближении же к планковскому масштабу создаваемое системой внешнее гравитационное поле, т.е. искривление пространства-времени, делает несостоятельным базовое условие для диаграммной техники – плоский пространственно-временной фон и теперь надо следовать ОТО.

Таким образом, ВС КТП приводит к обычной причинной диаграммной технике как к компактной форме описания переходов в многочастичной системе, но уточняет её физическое содержание. В ней вершины следуют из полного релятивистского гамильтониана взаимодействия, где контактными и обменные

диаграммы одного порядка должны учитываться совместно, а при больших энергиях в петлях надо учитывать внешнее гравитационное поле системы.

Последний пункт приводит к гравитационной саморегуляризации петлевых диаграмм, рассматриваемой в следующем разделе.

5.4. Гравитационная саморегуляризация и конечность ВС КТП

В пропагаторном подходе ВС РКМ было учтено внешнее гравитационное поле системы частиц в петлевых диаграммах на масштабах планковской длины и требуемого ОТО гравитационного замедления собственных времён в этом поле. Эта длина является гравитационным радиусе системы планковской энергией Λ_g

и было показано, что гравитационное застывание всех процессов в этом масштабе ведёт к гравитационной саморегуляризации и конечности теории возмущений [8].

В ВС КТП ряды теории возмущений и диаграммная техника получают лишь более изощрёнными техническими приёмами, но они остаются по существу такими же, как и в пропагаторном подходе РКМ. Поэтому гравитационная саморегуляризация в ВС КТП происходит также, как и в ВС РКМ.

Гравитационная саморегуляризация делает конечными вклады в S -матрицу всех петлевые диаграмм ряда теории возмущений. При этом взаимодействия с калибровочными полями СМ и квантовая гравитация ещё и перенормируемы из-за малости эффективных констант взаимодействия при допланковских энергиях.

Самодействие скалярного поля, ассоциируемого со скалярной частицей, ранее давало слишком большие (степенные) вклады на планковских масштабах. В ВС КТП скалярное поле остаётся внешним полем, а взаимодействия скалярных частиц между собой не обязательно даются членами самодействия внешнего поля и требуют уточнения физикой частиц. Поэтому в ВС КТП проблемы прежней КТП со скалярным полем в основном отпадают и становятся задачами физики частиц.

Конечность теории возмущений в ВС КТП ведёт к разнообразным и нетривиальным следствиям:

1. ВС КТП является конечной и состоятельной физической теорией.
2. Имеет место полное согласие между ВС КТП и ОТО.
3. Завершается длительный этап формирования КТП, когда она содержала в своих основах внутренние противоречия.
4. Отпадает острая необходимость искать и проверять весьма радикальные гипотезы и этот факт значительно упрощает ситуацию в физике частиц.
5. Гравитационное застывание исключает гипотезы о «горячем» вакууме в малых масштабах, и структура основного состояния остаётся простой.
6. Квантовая гравитация становится последовательной и более простой, чем ожидалось, поскольку сводится к вкладам при $\Lambda < \Lambda_g$, где достаточно взять однопетлевые диаграммы с гравитонами, в то время как вклады диаграмм более высокого порядка оказываются очень малыми.
7. СМ и квантовая гравитация могут быть объединены в общую теорию, Расширенную СМ (РСМ) с группой симметрии $G \times SU(3) \times SU(2) \times U(1)$, где G - локальная группа симметрии поля гравитона, являющаяся физически значимой частью группы общих преобразований координат.

8. После первого успешного объединения в электрослабой теории попытки дальнейшего объединения полей СМ были естественными и останутся одним из основных направлений исследования в физике частиц. Прежние попытки объединить три калибровочных поля в одно основывались на гипотезе о том, что при энергиях порядка 10^{15} ГэВ заряды трёх калибровочных полей будут равными. Однако, при гравитационной регуляризации кривые в асимптотике трёх зарядов пересекаются только попарно и в трёх разных точках, энергетические масштабы

которых различаются на несколько порядков. Поэтому Большое Объединение взаимодействий пока проблематично и требуются новые факты.

9. Ситуацию в физике частиц упрощается тем, что локальная ВС КТП в 4-мерном пространстве-времени оказалась достаточной для решения прежних проблем и нет нужды в необычных гипотезах ни о нелокальности (за исключением планковских масштабов), ни в увеличении числа измерений пространства.

10. Особый класс моделей образуют модели полей с нетривиальной топологией. Некоторые из них при физически корректной постановке задач получают дальнейшее развитие, так как учёт нетривиальных нелинейных эффектов повышает точность расчётов и часто приводит к открытию новых явлений.

11. Гравитационная регуляризация открывает новые перспективы для составных моделей, так как, во-первых, предсказывается составная природа скалярного бозона, возможно на расстояниях, которые будут доступны для экспериментов в ближайшем будущем. В этой связи теоретические проблемы составных моделей становятся наиболее актуальными, а основные из них, вероятно, будут решены в ближайшее время.

12. Модели составных частиц будут перспективной областью для дальнейшего развития физики частиц также с точки зрения объединения внешних полей взаимодействий. Успех составных моделей уменьшил бы число первичных частиц, что упростило бы модели объединения и ограничило бы их версии.

Итак, в рамках ВС КТП ожидается более пристальное внимание к составным моделям и сосредоточение усилий на решении их проблем, что при успехе приведёт к ситуации, естественной с точки зрения исторической традиции, когда прогресс физики частиц снова будет связан с уменьшением числа первичных частиц, упрощение их моделей и объединением их взаимодействий.

6. Заключение

Итак, ВС КТП, основанная на ВСТО [7] и развивающая ВС РКМ [9], является последовательной теорией описывающей в ковариантной форме квантовые свойства релятивистских полей. Операторам полей не придаётся смысл операторов физических полей, они остаются теми, чем на деле и были в прежней КТП - операторными амплитудами вероятностей перехода в многочастичной системе. Поэтому они комплексные независимо от наличия заряда. Удвоение же пространства состояний для двух знаков энергии ведёт к тому, что релятивистские поля в ВС КТП описывают системы из частиц и античастиц.

Для многочастичных систем релятивистский канонический формализм наиболее последователен в формализме ГЯ, где энергия входит в уравнение ГЯ в той же степени, что и импульс. Это не только упрощает теорию свободных частиц, но и модифицирует теорию взаимодействий бозонов с калибровочными полями. Появляются контактные взаимодействия с числом полей, растущих с каждым порядком теории возмущений. Поскольку это ведёт в петлевых диаграммах к более быстрому росту числа пропагаторов по сравнению с числом вершин, то такие диаграммы являются ультрафиолетово-конечными без учёта регуляризаций. Наблюдаемые эффекты этих членов взаимодействия рассмотрены в книге [13].

Интегрирование по времени в функции действия и в теории возмущений идёт в обоих направлениях времени в зависимости от знака энергии. Поэтому в ВС КТП вводятся операторы упорядочения как вперёд во времени T_+ , так и назад во времени T_- , объединяемые в оператор время-симметричного упорядочения $\hat{T} = T_+ T_-$, который приводит к причинным пропагаторам и диаграммной технике.

Эволюция двух видов состояний в двух направлениях времени ведёт к модификации диаграммной техники. Запись же выражений в обычном времени с

обычными пределами делает формулы более компактными и воспроизводит результаты стандартной диаграммной техники. Тем самым ВС КТП объясняет, почему диаграммная техника корректно описывала наблюдаемые эффекты.

ВС КТП не содержит нулевую энергию основного состояния и согласуется с экспериментами, результаты которых приписывались нулевой энергии, а на деле объясняются вкладами полей реальных источников. В теории струн нет нулевой энергии в основном состоянии, нет и конформной аномалии и размерность пространства не фиксируется. Поскольку в ВС КТП отсутствие энергии основного состояния не зависит от масс квантов, то нарушение суперсимметрии в суперсимметричных теориях также не меняет энергию основного состояния.

Как и в ВС РКМ, имеет место гравитационная саморегуляризация петлевых диаграмм на планковских масштабах, требуемая ОТО, что делает ряды теории возмущений конечными для любых взаимодействий. Сектор калибровочных полей Стандартной Модели и квантовая гравитация ещё и перенормируемые из-за малости эффективных констант связи при допланковских энергиях.

Итак, ВС КТП является новой теорией, радикально отличающейся от прежней КТП в физических аспектах, но сохраняющей большую часть её математического аппарата и объясняющей причину его эффективности при всех недостатках КТП. В ВС КТП нет расходящихся энергий основного состояния и вкладов петлевых поправок, а также нет проблем с отрицательными энергиями и нормами состояний. Причём всё это достигается не введением новых гипотез и сущностей, а наоборот, устранением таковых из прежней КТП и аккуратным учётом всего того, что ранее безосновательно игнорировалось.

Более детальное изложение ВС КТП и его следствий дано в книге [13].

Литература

1. Dirac P.A.M (1930) Proc. Roy. Soc. (L.) **A126**, 360.
2. Зисман Г. (1940) ЖЭТФ 10 1163; (1941) 11 631; Теор. античаст. (дисс. сент.1941) 66 с.; см. Зисман Г., Тодес О. (1970) Курс общей физики. т. 3, Н.
3. Stueckelberg E.C.G. (1941) *Helv. Phys. Acta*, **14**, 588.
4. Feynman R. (1949) *Phys. Rev.*, **76**, 749.
5. Бьёркен Дж., Дрелл С. (1978) *Релятивистская квантовая теория*. т. 1. М.
6. Greiner W. (1996) *Relat. Quant. Mech. Wave Eq.* Spr.
7. Закир З. (2025) *Квант. и грав. физ.* **6:028-9128**.
8. Закир З. (2025) *Квант. и грав. физ.* **6:029-9129**.
9. Бьёркен Дж., Дрелл С. (1978) *Релятивистская квантовая теория*, т. 2. М.
10. Пескин М., Шрёдер Д. (2001) *Введ. в квантовую теорию поля*. М.
11. Боголюбов Н., Ширков Д. (1976) *Введ. в теорию квант. полей*. Н.
12. Закир З. *Квант. и грав. физ.* (2020) **1:002-7128**; (2021) **2:015-7613**.
13. Закир З. (2026) *Время-симметричные релятив. и квантовая теории*. ЦТФА, Т.